Känguru der Mathematik 2016
Gruppe Junior (9. und 10. Schulstufe)
Österreich – 17.03.2016

- 3 Punkte Beispiele -

1. Das arithmetische Mittel von vier Zahlen ist 9. Wie lautet die vierte Zahl, wenn drei der Zahlen 5, 9 und 12 sind?

(A) 6 (B) 8 (C) 9 **(D) 10** (E) 36

Die Summe der vier Zahlen ist $9 \cdot 4 = 36$, da $5 + 9 + 12 = 26$ ist, muss die fehlende Zahl **(D) 10** sein.

2. Welche der folgenden Zahlen ist der Zahl $\frac{17 \cdot 0{,}3 \cdot 20{,}16}{999}$ am nächsten?

(A) 0,01 **(B) 0,1** (C) 1 (D) 10 (E) 100

Da die Größenordnung des Ergebnisses relevant ist, führt zum Beispiel folgende Überlegung (abseits der genauen Berechnung) zum Ziel. Multiplikation mit 0,3 entspricht in etwa der Division durch 3. Dividiert man 17 durch 3 ergibt das ungefähr 6. Weiters gilt $6 \cdot 20 = 120$. Dividiert man das durch 1000, erhält man $0{,}12$, wodurch die Antwort **(B) 0,1** lauten muss. Das exakte Ergebnis des Terms ist übrigens $0{,}109189$.

3. Ruth nimmt am Känguru-Wettbewerb teil, der aus 30 Fragen besteht. Sie hat dabei um 50% mehr richtige als falsche Antworten. Jede Frage wird von ihr beantwortet, und jede ihrer Antworten ist entweder richtig oder falsch. Wie viele ihrer Antworten sind richtig?

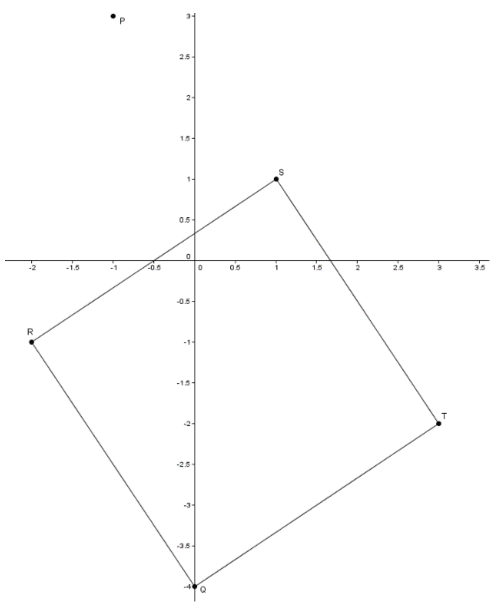
(A) 10 (B) 12 (C) 15 **(D) 18** (E) 20

Sei F die Anzahl der falsch beantworteten Fragen. Dann ist die Anzahl R der richtig beantworteten Fragen $R = F + 0{,}5 \cdot F$, da ja 50% mehr Fragen richtig beantwortet wurden. Die Anzahl aller beantworteten Fragen ergibt 30, also $R + F = F + 1{,}5 \cdot F = 30$, bzw. $F = 12$. Die Anzahl richtig beantworteter Fragen ist somit $1{,}5 \cdot 12 = 18$, Antwort **(D)**.

4. In einem kartesischen Koordinatensystem sind fünf Punkte gegeben: P(-1|3), Q(0|-4), R(-2|-1), S(1|1), T(3|-2). Vier dieser fünf Punkte sind die Eckpunkte eines Quadrats. Welcher Punkt gehört nicht dazu?

(A) P (B) Q (C) R (D) S (E) T

Wie man im Bild sieht, ist Antwort **(A) P** kein Teil des Quadrats (der oberste Punkt).



5. Wenn man die positive ganze Zahl *x* durch 6 dividiert, bleibt der Rest 3. Welcher Rest bleibt, wenn man 3·*x* durch 6 dividiert?

(A) 4 (B) 3 (C) 2 (D) 1 (E) 0

x ist laut Angabe in der Form $6 \cdot y + 3$ darstellbar. Somit gilt
$3 \cdot x = 3 \cdot (6y + 3) = 18y + 9 = 6 \cdot (3y + 2) + 3.$
und 3 ist aufgrund der letzten Darstellung der Rest bei Division durch 6. Die richtige Antwort ist **(B) 3**.

6. 2016 Stunden sind wie viele Wochen?

(A) 6 (B) 8 (C) 10 **(D) 12** (E) 16

$2016 = 2^5 \cdot 3^2 \cdot 7$. Eine Woche hat 7 Tage zu je 24 Stunden, also $7 \cdot 2^3 \cdot 3$ Stunden. Somit ist die richtige Antwort **(D)**, $2^2 \cdot 3 \ = 12$ Wochen, da das Produkt der beiden Zahlen 2016 ergibt.

7. Lukas erfindet seine eigene Schreibweise für negative Zahlen. Wenn er rückwärts zählt, schreibt er:
... 3, 2, 1, 0, 00, 000, 0000, ... Wie lautet das Ergebnis der Rechnung 000 + 0000 in seiner Schreibweise?

(A) 1 (B) 00000 **(C) 000000** (D) 0000000 (E) 00000000

Laut dieser Schreibweise entspricht 000 der Zahl -2 und 0000 der Zahl -3. Das Ergebnis der Rechnung ist -5, was der Schreibweise 000000, also Lösung **(C)** bedeutet.

8. Ich habe einige ungewöhnliche Würfel. Auf ihren Seiten stehen wie üblich die Ziffern 1 bis 6, allerdings sind die ungeraden Zahlen negativ (also -1, -3, -5 anstelle von 1, 3, 5). Ich würfle gleichzeitig mit zwei derartigen Würfeln. Welche der folgenden Summen kann ich danach sicher nicht ablesen?

(A) 3 (B) 4 (C) 5 **(D) 7** (E) 8

$3 = 6 - 3, 4 = 2 + 2, 5 = 6 - 1$ und $8 = 6 + 2$. Somit ist die einzige Summe, die ich nicht ablesen kann **(D) 7**.

9. Schritt für Schritt soll aus dem Wort VELO das Wort LOVE entstehen. In jedem Schritt dürfen zwei benachbarte Buchstaben vertauscht werden. Wie viele Schritte sind mindestens erforderlich?

(A) 3 **(B) 4** (C) 5 (D) 6 (E) 7

Um möglichst wenige Schritte zu benötigen, dürfen die Buchstaben VE und LO, die bereits in der richtigen Reihenfolge stehen, nicht vertauscht werden. L und O müssen jeweils 2 Positionen nach links, somit ist dies mit 3 Vertauschungen nicht möglich. Eine Folge von Vertauschungen, die minimal ist, ist folgende:
VELO -> VLEO -> LVEO -> LVOE -> LOVE
womit Antwort **(B) 4** Schritte optimal sind.

10. Sven schreibt fünf verschiedene einziffrige positive ganze Zahlen auf die Tafel. Er stellt fest, dass keine Summe von zwei dieser Zahlen gleich 10 ist. Welche der folgenden Zahlen hat Sven sicher auf die Tafel geschrieben?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 **(E) 5**

Für jede der Zahlen 1-4 gibt es eine entsprechende Zahl von 6-9, die zusammen addiert 10 ergeben. Von jedem dieser 4 Pärchen kann Sven somit höchstens eine Zahl auf die Tafel geschrieben haben. Die fünfte Zahl muss somit **(E) 5** sein.

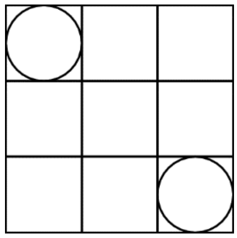
- 4 Punkte Beispiele -

11. Für reelle Zahlen *a, b, c, d* gelte $a + 5 = b^2 - 1 = c^2 + 3 = d - 4$. Welche der Zahlen *a, b, c, d* ist am größten?

(A) a (B) b (C) c **(D) d** (E) Das kann aus dieser Information nicht eindeutig bestimmt werden.

Es gilt $a + 5 = d - 4$, womit $d = a + 9$ ist. Analog gilt $d = b^2 + 3$ und $d = c$^2 $+ 7$. Im Allgemeinen folgt aus Gleichungen der Form $y = x$^2 $+ k$ nicht unbedingt, dass y größer als x ist, da im Intervall (0,1) das Quadrat einer Zahl kleiner ist als die Zahl selbst (z.B. $0{,}5 \cdot 0{,}5 = 0{,}25$). Da jedoch die konstante Zahl, die zum Quadrat hinzugefügt wird (3 bzw. 7) groß genug ist, um zu gewährleisten, dass d größer als b und c ist, ist **(D) d** richtig.

12. Ein 3×3 Feld besteht aus 9 Einheitsquadraten. In zwei dieser Quadrate sind (wie in der Abbildung zu sehen) Kreise berührend eingeschrieben.
Wie groß ist der kürzeste Abstand dieser Kreise?



(A) $2\sqrt{2} - 1$ (B) $\sqrt{2} + 1$ (C) $2\sqrt{2}$ (D) 2 (E) 3

Die kürzeste Verbindung der beiden Kreise ist natürlich von Mittelpunkt zu Mittelpunkt. Diese Entfernung entspricht genau 2 Diagonalen der Einheitsquadrate, also $2 \cdot \sqrt{2}$. Davon muss man jeweils den Radius der beiden Kreise abziehen, da man ja den Abstand berechnen will. Der Radius ist 0,5. Somit ist der Abstand **(A) $2 \cdot \sqrt{2} - 1$**.

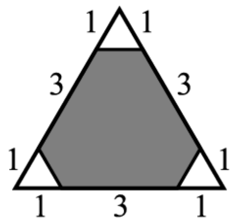
13. Ein Tennisturnier wird im KO-System ausgetragen. Es finden sieben Partien statt (4 Viertelfinali, 2 Halbfinali und ein Finale). Man kennt sechs der sieben Spielergebnisse (aber nicht unbedingt in dieser Reihenfolge):

Bella schlägt Ann, Celine schlägt Donna, Gina schlägt Holly,
Gina schlägt Celine, Celine schlägt Bella, Emma schlägt Farah.

Welches Ergebnis fehlt?

(A) Gina schlägt Bella (B) Celine schlägt Ann (C) Emma schlägt Celine
(D) Bella schlägt Holly **(E) Gina schlägt Emma**

Der Name Celine kommt 3 mal vor, womit sie bis ins Finale vorgestoßen war. Sie hat demnach das Finale gegen Gina verloren. Der Name Gina kommt nur 2 mal vor, womit ein Match von ihr fehlt. Emma gewinnt einmal und kommt danach nicht mehr vor, womit das Halbfinale Gina schlägt Emma, **Antwort (E)** in dieser Liste fehlt.



14. Wie viel Prozent der Dreiecksfläche ist in der nebenstehenden Figur grau gefärbt?

(A) 80% (B) 85% **(C) 88%** (D) 90% (E) Man kann es nicht berechnen.

Das große Dreieck kann in lauter 1 mal 1 Dreiecke zerteilt werden. In der untersten Ebene sind das 9 Stück, darüber 7, dann 5 dann 3 und schließlich das oberste, das ja weiß gefärbt ist. Insgesamt sind das 25 Quadrate, davon sind 3 weiß und 22 grau. Jedes einzelne ist 4% der Gesamtfläche, womit Antwort **(C) 88%** der Fläche grau sind.

15. Jilly macht ein multiplikatives Zauberquadrat mit den Zahlen 1, 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50 und 100. Die Produkte der Zahlen in jeder Zeile, Spalte und Diagonale sollen gleich sein.
In der Abbildung sieht man, wie sie begonnen hat.
Welche Zahl kommt in das Feld mit dem Fragezeichen?

20	1	
		?

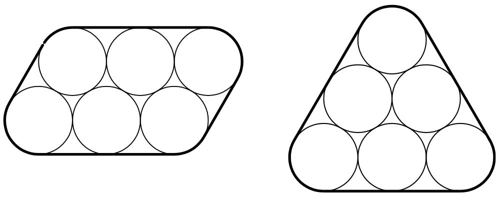
(A) 2 **(B) 4** (C) 5 (D) 10 (E) 25

Durch geschicktes Probieren erhält man folgendes Zauberquadrat:

20	1	50
25	10	4
2	100	5

Somit ist Antwort **(B) 4** richtig.
Folgende Ideen können beim Finden dieser Lösung helfen:
→ Die intuitive Vermutung (aufgrund der selben Häufigkeit der Primfaktoren 2 und 5), dass das Ergebnis eine Potenz von 10 ist, bewahrheitet sich tatsächlich.
→ In die Spalte der Zahl 1 sollte man auf alle Fälle versuchen, die Zahl 100 zu platzieren, und zwar nicht in der Mitte des Quadrates, da sonst das Produkt sehr groß wäre.
→ $20 \cdot 50 = 100 \cdot 10$, und $100 = 25 \cdot 4$ und $20 = 4 \cdot 5$, womit die restlichen Felder eindeutig bestimmt werden.

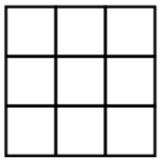
16. Jack möchte sechs Rohre mit einem Durchmesser von je 2 cm mit einen Gummiring zusammenhalten. Er entscheidet sich zwischen den beiden abgebildeten Varianten.
Wie hängen die Längen der Gummiringe zusammen?



(A) Im linken Bild ist der Ring um π cm kürzer.
(B) Im linken Bild ist der Ring um 4 cm kürzer.
(C) Im rechten Bild ist der Ring um π cm kürzer.
(D) Im rechten Bild ist der Ring um 4 cm kürzer.
(E) Beide Ringe sind gleich lang.

Die Gummiringe sind jeweils das Sechsfache des Durchmessers und einmal den Umfang eines Kreises lang. Somit ist Antwort **(E)** richtig.

17. Peter möchte die Felder eines 3×3 Quadrats so färben, dass jede Zeile, jede Spalte und beide Diagonalen jeweils drei Felder mit drei verschiedenen Farben haben.
Was ist die kleinste Anzahl von Farben, mit denen Peter dies erreichen kann?



(A) 3 (B) 4 **(C) 5** (D) 6 (E) 7

Für die erste Zeile benötigt man 3 Farben. Sollte man in der zweiten Zeile nur eine neue Farbe verwenden (in der Mitte des Quadrates braucht man auf alle Fälle eine neue Farbe), so muss man in der letzten Zeile auf alle Fälle zwei weitere Farben verwenden. Das wäre allerdings nicht optimal. Verwendet man in der 2.Zeile 2 neue Farben, so benötigt man in der letzten Zeile keine weitere neue Farbe, somit ist Antwort **(C) 5** Farben richtig. Im folgenden Beispiel steht jeder Buchstabe für eine (verschiedene) Farbe:

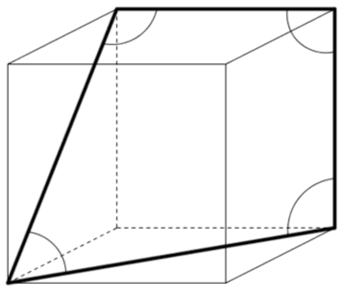
A	B	C
D	E	B
E	A	D

18. Acht Karten mit den Zahlen 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128 stecken jeweils in einem unmarkierten Kuvert. Eva wählt zufällig einige dieser acht Kuverts. Ali nimmt den Rest. Beide addieren ihre Zahlen. Es stellt sich heraus, dass Evas Summe um 31 größer ist als Alis Summe. Wie viele Kuverts hat Eva gewählt?

(A) 2 (B) 3 (C) 4 **(D) 5** (E) 6

Die Summe der ersten paar Zahlen ist immer um eins kleiner als die nächste Zahl dieser Reihe. Da Evas Summe größer ist, hat sie auf alle Fälle die Zahl 128 gewählt. Damit wäre ihre Summe um 1 größer als Alis Summe. Hat sie zusätzlich noch Kuverts mit der Summe 15, dann hat sie um genau 31 mehr als Ali. Somit hat Eva $128 + 8 + 4 + 2 + 1 = 143$, Ali hat $16 + 32 + 64 = 112$, und Antwort **(D) 5** ist die Anzahl an Kuverts, die Eva genommen hat.

19. Im Bild sehen wir einen Würfel und vier markierte Winkel.
Wie groß ist die Summe dieser Winkel?



(A) 315° **(B) 330°** (C) 345° (D) 360° (E) 375°

Bis auf den Winkel unten links sind alle Winkel zwischen Kante und Diagonale bzw. zwei Kanten des Würfels und somit 90°. Der Winkel links unten ist 60° groß, was man am einfachsten folgendermaßen sieht: verbindet man die hintere Diagonale des Würfels, so ergibt sich ein Dreieck bestehend aus 3 Diagonalen, womit das Dreieck gleichseitig ist und somit jeder Winkel 60° groß ist. Insgesamt erhält man $90° + 90° + 90° + 60° = 330°$, Antwort **(B).**

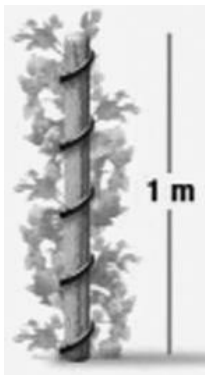
20. In einem Gehege befinden sich 2016 Kängurus. Jedes von ihnen ist entweder rot oder grau, und es gibt mindestens ein rotes und mindestens ein graues Känguru darunter.
Für jedes Känguru K berechnen wir den Bruch, der sich ergibt, wenn man die Anzahl der Kängurus der anderen Farbe durch die Anzahl der Kängurus mit derselben Farbe (inklusive K selbst) dividiert.
Bestimme die Summe dieser 2016 Brüche.

(A) 2016 (B) 1344 (C) 1008 (D) 672 (E) Mehr Information ist notwendig.

Sei die Anzahl der roten Kängurus K und somit die Anzahl der grauen Kängurus $2016 - K$.
Für jedes rote Känguru erhält man denselben Bruch $\frac{2016-K}{K}$, für jedes graue Känguru den Bruch $\frac{K}{2016-K}$. Den ersten Bruch summiert man K mal, den zweiten Bruch
$2016 - K$ mal, wodurch man als Summe $(2016 - K) + K = 2016$, Antwort **(A)** erhält.

- 5 Punkte Beispiele -

21. Eine Kletterpflanze windet sich wie abgebildet genau 5 Mal um eine Säule mit 15 cm Umfang und erreicht dabei eine Höhe von 1 m. Beim Wachsen der Pflanze wächst auch die Höhe der Pflanze mit konstanter Geschwindigkeit. Wie lang ist die Kletterpflanze?



(A) 0,75 m (B) 1,0 m **(C) 1,25 m** (D) 1,5 m (E) 1,75 m

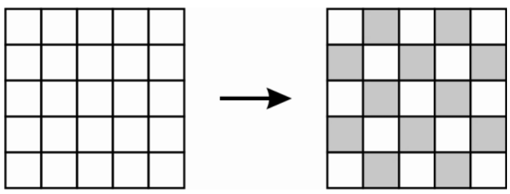
Eine Umrundung um die Säule (15 cm) entspricht 20 cm Höhe, da 5 Umrundungen 1 m Höhe entsprechen. Somit hat die Kletterpflanze die Länge der Hypotenuse des rechtwinkeligen Dreiecks mit den Kathetenlängen 15 cm und 20 cm. Das ergibt 25 cm. Da die Kletterpflanze 5 Umrundungen lang ist, ist die gesamte Länge der Pflanze **(C) 1,25 m**.

22. Wie groß ist der größtmögliche Rest, den man erhalten kann, wenn man eine zweiziffrige Zahl durch ihre Ziffernsumme dividiert?

(A) 13 (B) 14 **(C) 15** (D) 16 (E) 17

Der Rest bei einer Division ist immer kleiner als der Divisor. Die Ziffernsumme einer zweiziffrigen Zahl ist höchstens 18, allerdings ergibt $99 : (9 + 9)$ nur den Rest 9. Führt man diese Vorgangsweise weiter fort, erhält man den Rest 13 und 4 bei den Rechnungen
$98 : (9 + 8)$ bzw. $89 : (9 + 8)$. Der nächstgrößere Divisor ist 16 und da $79 : (9 + 7)$ den Rest 15 ergibt, ist dies der größtmögliche Rest und Antwort **(C)** ist richtig.

23. Wir betrachten ein 5×5 Quadrat, das in 25 Felder aufgeteilt ist. Zu Beginn sind alle Felder weiß. In jedem Zug ist es erlaubt, die Farben von zwei horizontal oder vertikal benachbarten Feldern zu ändern (d.h. weiße Felder werden schwarz und schwarze werden weiß). Was ist die kleinste Anzahl von Zügen, mit denen man die in der Figur abgebildete Schachbrettfärbung erreichen kann?



(A) 11 **(B) 12** (C) 13 (D) 14 (E) 15

Zuerst erkennen wir, dass diese Färbung mittels 11 Zügen nicht erreicht warden kann. Da keine schwarzen Felder nebeneinander liegen, benöigen wir zum Färben eines Feldes mindestens einen Zug, also insgesamt mindestens 12 Züge. Es gibt tatsächlich eine Möglichkeit, die gewünschte Färbung mittels 12 Zügen zu erreichen: Zuerst färben wir das Feld in der Mitte 4 mal: jeweils einmal mit dem Feld darüber, darunter, links und rechts davon. Das Feld in der Mitte ist wieder weiß (4 mal gefärbt), die benachbarten 4 Felder sind alle Schwarz (jeweils einmal gefärbt worden). Danach müssen noch 4 kleine 2×2 Quadrate am Rand (links oben, rechts oben, links unten, rechts unten) richtig gefärbt werden. Dafür färbt man zB jedes der 4 Eckfelder einmal mit dem darunter (bzw. darüber) liegenden Feld und einmal mit dem Feld links davon (bzw. rechts davon). Nunsind die Eckfelder wieder weiß und genau die 12 gewünschten Felder Schwarz. Wir haben im ersten Schritt 4 Züge benötigt, im zweiten Schritt 8 Züge, insgesamt also **(B) 12** Züge.

24. Ein Motorboot fährt in der Mitte eines Stromes. Stromabwärts braucht es von X nach Y vier Stunden. Um wieder von Y nach X zurückzufahren, benötigt es sechs Stunden. Auf dem Strom schwimmen auch Baumstämme.
Wie viele Stunden dauert es, bis ein Baumstamm in der Strommitte von X nach Y treibt?

(A) 5 (B) 10 (C) 12 (D) 20 **(E) 24**

1. Aufgrund der Formel „Weg=Geschwindigkeit mal Zeit" erhält man folgende Gleichungen
$$W = (v + k) \cdot 4$$
$$W = (v - k) \cdot 6$$
Dabei ist der Weg von X nach Y (bzw. Y nach X) gleich W und die Geschwindigkeit des Motorbootes v. Die Geschwindigkeit der Strömung nennen wir k, und da man für die erste Strecke kürzere Zeit benötigt, wird die Strömungsgeschwindigkeit addiert. Nun erhält man
$$v = \frac{W}{4} - k = \frac{W}{6} + k$$
indem man die beiden Gleichungen nach v auflöst. Daraus berechnet man
$W = 2 \cdot k$.
Für den Baumstamm gilt es nun, die Zeit t zu berechnen, die er für den Weg von X nach Y benötigt:
$$W = k \cdot t$$
$$24 \cdot k = k \cdot t$$
woraus $t = 24$ folgt. Antwort **(E)** ist richtig.

25. In der Känguru-Republik hat jeder Monat 40 Tage, die von 1 bis 40 durchnummeriert sind. Jeder Tag mit einer durch 6 teilbaren Zahl ist ein Feiertag, und ebenso jeder Tag mit einer Primzahl.
Wie oft kommt es im Monat vor, dass genau ein Arbeitstag zwischen zwei Feiertagen liegt?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

Wir markieren alle Feiertage eines Monats:
1 **2 3** 4 **5 6 7** 8 9 10 **11 12 13** 14 15 16 **17 18 19** 20 21 22 **23 24** 25 26 27 28 **29 30 31** 32 33 34 35 **36 37** 38 39 40 1
Man sieht, dass nur der 4. Tag des Monats zwischen zwei Feiertagen liegt, womit Antwort **(A) 1** richtig ist.

26. Zwei Höhen eines Dreiecks haben die Längen 10 cm und 11 cm.
Welche der folgenden Längen kann die dritte Höhe nicht haben?

(A) 5 cm (B) 6 cm (C) 7 cm (D) 10 cm (E) 100 cm

Sei die dritte Höhe des Dreiecks h, die drei Seiten a, b und c. Die Dreiecksungleichung besagt, dass die Summe zweier Seiten immer größer sein muss als die dritte Seite. Wir nutzen die Flächenformel $A = \frac{a \cdot h_a}{2}$ und versuchen ein Dreieck zu finden, dessen Höhe $h = h_c = 5$ cm ist. Dieses müsste die Gleichungen
$$\frac{a \cdot 10}{2} = \frac{b \cdot 11}{2} = \frac{c \cdot 5}{2}$$
erfüllen. Demnach ist die Seite b am kleinsten und die Seite c doppelt so groß wie die Seite a. Nun wäre $c = a + a > a + b$, was ein Widerspruch zur Dreiecksungleichung ist. Damit ist ein Dreieck mit **(A) 5** cm als dritter Höhe unmöglich.

27. Jakob notiert vier aufeinanderfolgende positive ganze Zahlen. Er berechnet alle möglichen Summen von je drei dieser Zahlen und stellt fest, dass keine dieser Summen eine Primzahl ist.
Was ist die kleinste Zahl, die Jakob notiert haben kann?

(A) 12 (B) 10 **(C) 7** (D) 6 (E) 3

$$6+8+9=23$$

Somit ist die kleinstmögliche Zahl nicht 6. Allerdings gilt

$$7+8+9=24$$
$$7+8+10=25,$$
$$7+9+10=26$$
$$8+9+10=27$$

und keine dieser Summen ist eine Primzahl. Antwort **(C) 7** ist richtig.

28. Vier Sportlerinnen und Sportler sitzen zum Abendessen an einem runden Tisch. Sie betreiben vier verschiedene Sportarten: Eislauf, Schifahren, Hockey und Rodeln. Die Person, die Schi fährt, sitzt links neben Sandra. Die Person, die Eis läuft, sitzt gegenüber von Benjamin. Eva und Philipp sitzen neben einander. Eine Frau sitzt links neben der Person, die Hockey spielt. Welchen Sport betreibt Eva?

(A) Eislauf (B) Schifahren (C) Hockey (D) Rodeln
(E) Man kann es mit dieser Information nicht herausfinden.

Benjamin muss links neben Sandra sitzen und somit Schifahren, damit Eva und Philipp nebeneinander sitzen können. Eva muss gegenüber von Benjamin sitzen und Eis laufen, damit eine Frau links neben der Person sitzen kann, die Hockey spielt (Philipp). Somit rodelt Sandra und die Zuordnung (Sitzplatz und Sportart) ist eindeutig, sobald eine Person einen fixen Platz zugeteilt bekommt (zB Sandra sitzt “unten”):

Philipp (Hockey)

Benjamin (Schi fahren) Eva (Eislauf)

Sandra (Rodeln)

Antwort **(A) Eislauf** ist richtig.

29. Ein Datum kann man in der Form TT.MM.JJJJ schreiben. So ist z.B. das heutige Datum der 17.03.2016. Wir bezeichnen ein Datum als „überraschend“, wenn alle 8 Ziffern in dieser Schreibweise verschieden sind.
In welchem Monat findet das nächste überraschende Datum statt?

(A) März **(B) Juni** (C) Juli (D) August (E) Dezember

Da 2016 eine 0, eine 1 und eine 2 enthält, kann es in diesem Jahr kein überraschendes Datum geben, da für das Monat mindestens eine dieser Ziffern benötigt wird.
Ein “überraschendes” Datum ist 17.06.2345.
Behauptung: Davor gibt es kein überraschendes Datum mehr.
Die Ziffer 0 muss für den Tag oder das Monat frei bleiben, somit wäre das nächstmögliche Jahr von der Form $21xy$.
Dafür müsste der Tag der 30. im Monat sein, weil die Ziffern 1und 2 schon verwendet wurden. Damit wurden aber die Ziffern 0,1 und 2 bereits verwendet wurden und kein Monat steht mehr zur Verfügung, um ein “überraschendes” Datum zu erhalten.
Somit ist tatsächlich ein Jahr der Form $23xy$ für ein “überraschendes” Datum notwendig, und da die Ziffern 0 und 1 für das Monat oder den Tag auf alle Fälle benötigt wird, ist das obengenannte Datum das nächste überraschende Datum und Antwort **(B) Juni** richtig.

30. An einer Konferenz nehmen genau 2016 Personen teil. Diese werden als P1 bis P2016 im System geführt. Jede Person von P1 bis P2015 hat genau so vielen anderen die Hand gegeben, wie die eigene Systemnummer angibt. Wie vielen Personen hat P2016 die Hand gegeben?

(A) 1 (B) 504 (C) 672 **(D) 1008** (E) 2015

P2015 gab jedem anderen Teilnehmer (also auch P2016) die Hand, P2014 jedem außer P1, P2013 jedem außer P1 und P2 usw. P1008 gab jedem die Hand, dessen Nummer größer ist als die eigene und alle Handschläge sind dadurch eindeutig beschrieben. Somit hat P2016 den Teilnehmern P1008,P1009,...,P2015 die Hand gegeben, was der Antwort **(D) 1008** entspricht.