KÄNGURU DER MATHEMATIK 2016
17. 03. 2016

Kategorie: Junior, Schulstufe: 9 – 10

Name:	
Schule:	
Klasse:	

Arbeitszeit: 75 min.
jede richtige Antwort Beispiel 1. – 10.: 3 Punkte
jede richtige Antwort Beispiel 11. – 20.: 4 Punkte
jede richtige Antwort Beispiel 21. – 30.: 5 Punkte
jede Frage ohne Antwort: 0 Punkte
jede falsche Antwort: Abzug von ¼ der erreichbaren Punkte
dazu 30 Basispunkte

Bitte den Buchstaben (A, B, C, D, E) der richtigen Antwort in das Kästchen unter die Nummer des Beispiels (1 bis 30) leserlich und eindeutig schreiben!

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

21	22	23	24	25	26	27	28	29	30

Information über den Känguruwettbewerb: www.kaenguru.at
Wenn du mehr in dieser Richtung machen möchtest,
gibt es die Österreichische Mathematikolympiade.
Infos unter: www.oemo.at

Känguru der Mathematik 2016
Gruppe Junior (9. und 10. Schulstufe)
Österreich – 17.03.2016

- 3 Punkte Beispiele -

1. Das arithmetische Mittel von vier Zahlen ist 9. Wie lautet die vierte Zahl, wenn drei der Zahlen 5, 9 und 12 sind?

(A) 6 (B) 8 (C) 9 (D) 10 (E) 36

2. Welche der folgenden Zahlen ist der Zahl $\frac{17 \cdot 0{,}3 \cdot 20{,}16}{999}$ am nächsten?

(A) 0,01 (B) 0,1 (C) 1 (D) 10 (E) 100

3. Ruth nimmt am Känguru-Wettbewerb teil, der aus 30 Fragen besteht. Sie hat dabei um 50% mehr richtige als falsche Antworten. Jede Frage wird von ihr beantwortet, und jede ihrer Antworten ist entweder richtig oder falsch. Wie viele ihrer Antworten sind richtig?

(A) 10 (B) 12 (C) 15 (D) 18 (E) 20

4. In einem kartesischen Koordinatensystem sind fünf Punkte gegeben: P(-1|3), Q(0|-4), R(-2|-1), S(1|1), T(3|-2). Vier dieser fünf Punkte sind die Eckpunkte eines Quadrats. Welcher Punkt gehört nicht dazu?

(A) P (B) Q (C) R (D) S (E) T

5. Wenn man die positive ganze Zahl *x* durch 6 dividiert, bleibt der Rest 3. Welcher Rest bleibt, wenn man 3·*x* durch 6 dividiert?

(A) 4 (B) 3 (C) 2 (D) 1 (E) 0

6. 2016 Stunden sind wie viele Wochen?

(A) 6 (B) 8 (C) 10 (D) 12 (E) 16

7. Lukas erfindet seine eigene Schreibweise für negative Zahlen. Wenn er rückwärts zählt, schreibt er:
... 3, 2, 1, 0, 00, 000, 0000, ... Wie lautet das Ergebnis der Rechnung 000 + 0000 in seiner Schreibweise?

(A) 1 (B) 00000 (C) 000000 (D) 0000000 (E) 00000000

8. Ich habe einige ungewöhnliche Würfel. Auf ihren Seiten stehen wie üblich die Ziffern 1 bis 6, allerdings sind die ungeraden Zahlen negativ (also -1, -3, -5 anstelle von 1, 3, 5). Ich würfle gleichzeitig mit zwei derartigen Würfeln. Welche der folgenden Summen kann ich danach sicher nicht ablesen?

(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 7 (E) 8

9. Schritt für Schritt soll aus dem Wort VELO das Wort LOVE entstehen. In jedem Schritt dürfen zwei benachbarte Buchstaben vertauscht werden. Wie viele Schritte sind mindestens erforderlich?

(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7

10. Sven schreibt fünf verschiedene einziffrige positive ganze Zahlen auf die Tafel. Er stellt fest, dass keine Summe von zwei dieser Zahlen gleich 10 ist. Welche der folgenden Zahlen hat Sven sicher auf die Tafel geschrieben?

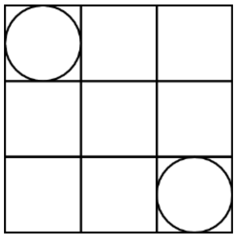
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

- 4 Punkte Beispiele -

11. Für reelle Zahlen *a, b, c, d* gelte $a + 5 = b^2 - 1 = c^2 + 3 = d - 4$. Welche der Zahlen *a, b, c, d* ist am größten?

(A) a (B) b (C) c (D) d (E) Das kann aus dieser Information nicht eindeutig bestimmt werden.

12. Ein 3×3 Feld besteht aus 9 Einheitsquadraten. In zwei dieser Quadrate sind (wie in der Abbildung zu sehen) Kreise berührend eingeschrieben.
Wie groß ist der kürzeste Abstand dieser Kreise?

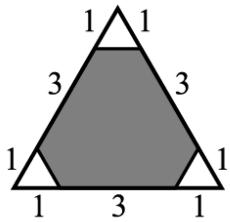


(A) $2\sqrt{2}-1$ (B) $\sqrt{2}+1$ (C) $2\sqrt{2}$ (D) 2 (E) 3

13. Ein Tennisturnier wird im KO-System ausgetragen. Es finden sieben Partien statt (4 Viertelfinali, 2 Halbfinali und ein Finale). Man kennt sechs der sieben Spielergebnisse (aber nicht unbedingt in dieser Reihenfolge):
Bella schlägt Ann, Celine schlägt Donna, Gina schlägt Holly,
Gina schlägt Celine, Celine schlägt Bella, Emma schlägt Farah.
Welches Ergebnis fehlt?

(A) Gina schlägt Bella (B) Celine schlägt Ann (C) Emma schlägt Celine
(D) Bella schlägt Holly (E) Gina schlägt Emma

14. Wie viel Prozent des Dreiecksfläche ist in der nebenstehenden Figur grau gefärbt?



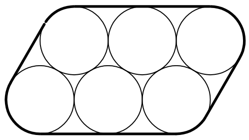
(A) 80% (B) 85% (C) 88% (D) 90% (E) Man kann es nicht berechnen.

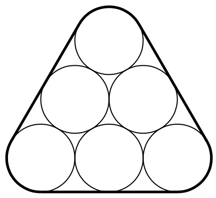
15. Jilly macht ein multiplikatives Zauberquadrat mit den Zahlen 1, 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50 und 100. Die Produkte der Zahlen in jeder Zeile, Spalte und Diagonale sollen gleich sein.
In der Abbildung sieht man, wie sie begonnen hat.
Welche Zahl kommt in das Feld mit dem Fragezeichen?

20	1	
		?

(A) 2 (B) 4 (C) 5 (D) 10 (E) 25

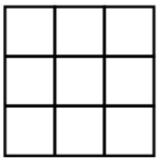
16. Jack möchte sechs Rohre mit einem Durchmesser von je 2 cm mit einen Gummiring zusammenhalten. Er entscheidet sich zwischen den beiden abgebildeten Varianten.
Wie hängen die Längen der Gummiringe zusammen?





(A) Im linken Bild ist der Ring um π cm kürzer.
(B) Im linken Bild ist der Ring um 4 cm kürzer. (C) Im rechten Bild ist der Ring um π cm kürzer.
(D) Im rechten Bild ist der Ring um 4 cm kürzer. (E) Beide Ringe sind gleich lang.

17. Peter möchte die Felder eines 3×3 Quadrats so färben, dass jede Zeile, jede Spalte und beide Diagonalen jeweils drei Felder mit drei verschiedenen Farben haben.
Was ist die kleinste Anzahl von Farben, mit denen Peter dies erreichen kann?

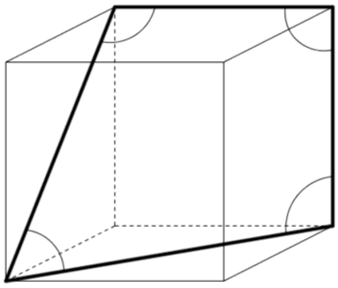


(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7

18. Acht Karten mit den Zahlen 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128 stecken jeweils in einem unmarkierten Kuvert. Eva wählt zufällig einige dieser acht Kuverts. Ali nimmt den Rest. Beide addieren ihre Zahlen. Es stellt sich heraus, dass Evas Summe um 31 größer ist als Alis Summe. Wie viele Kuverts hat Eva gewählt?

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

19. Im Bild sehen wir einen Würfel und vier markierte Winkel.
Wie groß ist die Summe dieser Winkel?



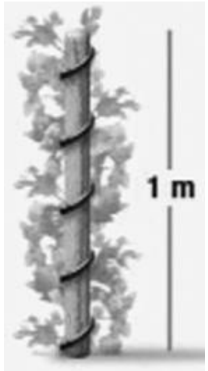
(A) 315° (B) 330° (C) 345° (D) 360° (E) 375°

20. In einem Gehege befinden sich 2016 Kängurus. Jedes von ihnen ist entweder rot oder grau, und es gibt mindestens ein rotes und mindestens ein graues Känguru darunter.
Für jedes Känguru K berechnen wir den Bruch, der sich ergibt, wenn man die Anzahl der Kängurus der anderen Farbe durch die Anzahl der Kängurus mit derselben Farbe (inklusive K selbst) dividiert.
Bestimme die Summe dieser 2016 Brüche.

(A) 2016 (B) 1344 (C) 1008 (D) 672 (E) Mehr Information ist notwendig.

- 5 Punkte Beispiele -

21. Eine Kletterpflanze windet sich wie abgebildet genau 5 Mal um eine Säule mit 15 cm Umfang und erreicht dabei eine Höhe von 1 m. Beim Wachsen der Pflanze wächst auch die Höhe der Pflanze mit konstanter Geschwindigkeit. Wie lang ist die Kletterpflanze?

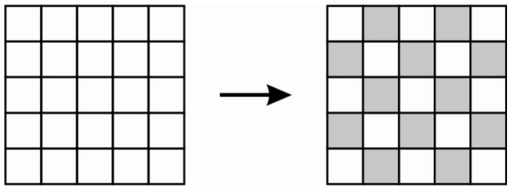


(A) 0,75 m (B) 1,0 m (C) 1,25 m (D) 1,5 m (E) 1,75 m

22. Wie groß ist der größtmögliche Rest, den man erhalten kann, wenn man eine zweiziffrige Zahl durch ihre Ziffernsumme dividiert?

(A) 13 (B) 14 (C) 15 (D) 16 (E) 17

23. Wir betrachten ein 5×5 Quadrat, das in 25 Felder aufgeteilt ist. Zu Beginn sind alle Felder weiß. In jedem Zug ist es erlaubt, die Farben von zwei horizontal oder vertikal benachbarten Feldern zu ändern (d.h. weiße Felder werden schwarz und schwarze werden weiß).
Was ist die kleinste Anzahl von Zügen, mit denen man die in der Figur abgebildete Schachbrettfärbung erreichen kann?



(A) 11 (B) 12 (C) 13 (D) 14 (E) 15

24. Ein Motorboot fährt in der Mitte eines Stromes. Stromabwärts braucht es von X nach Y vier Stunden. Um wieder von Y nach X zurückzufahren, benötigt es sechs Stunden. Auf dem Strom schwimmen auch Baumstämme.
Wie viele Stunden dauert es, bis ein Baumstamm in der Strommitte von X nach Y treibt?

(A) 5 (B) 10 (C) 12 (D) 20 (E) 24

25. In der Känguru-Republik hat jeder Monat 40 Tage, die von 1 bis 40 durchnummeriert sind. Jeder Tag mit einer durch 6 teilbaren Zahl ist ein Feiertag, und ebenso jeder Tag mit einer Primzahl.
Wie oft kommt es im Monat vor, dass genau ein Arbeitstag zwischen zwei Feiertagen liegt?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

26. Zwei Höhen eines Dreiecks haben die Längen 10 cm und 11 cm.
Welche der folgenden Längen kann die dritte Höhe nicht haben?

(A) 5 cm (B) 6 cm (C) 7 cm (D) 10 cm (E) 100 cm

27. Jakob notiert vier aufeinanderfolgende positive ganze Zahlen. Er berechnet alle möglichen Summen von je drei dieser Zahlen und stellt fest, dass keine dieser Summen eine Primzahl ist.
Was ist die kleinste Zahl, die Jakob notiert haben kann?

(A) 12 (B) 10 (C) 7 (D) 6 (E) 3

28. Vier Sportlerinnen und Sportler sitzen zum Abendessen an einem runden Tisch. Sie betreiben vier verschiedene Sportarten: Eislauf, Schifahren, Hockey und Rodeln. Die Person, die Schi fährt, sitzt links neben Sandra. Die Person, die Eis läuft, sitzt gegenüber von Benjamin. Eva und Philipp sitzen neben einander. Eine Frau sitzt links neben der Person, die Hockey spielt. Welchen Sport betreibt Eva?

(A) Eislauf (B) Schifahren (C) Hockey (D) Rodeln
(E) Man kann es mit dieser Information nicht herausfinden.

29. Ein Datum kann man in der Form TT.MM.JJJJ schreiben. So ist z.B. das heutige Datum der 17.03.2016. Wir bezeichnen ein Datum als „überraschend“, wenn alle 8 Ziffern in dieser Schreibweise verschieden sind.
In welchem Monat findet das nächste überraschende Datum statt?

(A) März (B) Juni (C) Juli (D) August (E) Dezember

30. An einer Konferenz nehmen genau 2016 Personen teil. Diese werden als P1 bis P2016 im System geführt. Jede Person von P1 bis P2015 hat genau so vielen anderen die Hand gegeben, wie die eigene Systemnummer angibt.
Wie vielen Personen hat P2016 die Hand gegeben?

(A) 1 (B) 504 (C) 672 (D) 1008 (E) 2015