

# KÄNGURU DER MATHEMATIK 2015

## 23. 3. 2015

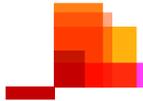
Kategorie: Junior, Schulstufe: 9 – 10

Name:	
Schule:	
Klasse:	

Arbeitszeit: 75 min.  
30 Basispunkte

jede richtige Antwort Beispiel 1. – 10.: 3 Punkte  
jede richtige Antwort Beispiel 11. – 20.: 4 Punkte  
jede richtige Antwort Beispiel 21. – 30.: 5 Punkte  
jede Frage ohne Antwort: 0 Punkte  
jede falsche Antwort: Abzug von  $\frac{1}{4}$  der erreichbaren Punkte

**S-VERSICHERUNG**  
VIENNA INSURANCE GROUP



**pwc**



**Bitte den Buchstaben (A, B, C, D, E) der richtigen Antwort in das Kästchen unter die Nummer des Beispiels (1 bis 30) leserlich und eindeutig schreiben!**

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

21	22	23	24	25	26	27	28	29	30

Information über den Känguruwettbewerb: [www.kaenguru.at](http://www.kaenguru.at)  
Wenn Du mehr in dieser Richtung machen möchtest, gibt es die Österreichische Mathematikolympiade; Infos unter: [www.oemo.at](http://www.oemo.at)

Ich melde mich zur Teilnahme zum österreichischen Wettbewerb „Känguru der Mathematik 2015“ an. Ich stimme zu, dass meine personenbezogenen Daten, nämlich Vor- und Zuname, Geschlecht, Klasse, Schulstufe, Schulstandort und Schulart 1.) zum Zweck der Organisation und Durchführung des Wettbewerbs, der Auswertung der Wettbewerbsergebnisse (Ermitteln der erreichten Punkte und Prozentzahlen), des Erstellens von schulweiten Reihungen verwendet werden.

JA  NEIN

2.) zum Zweck der landes- sowie österreichweiten Reihungen, der Veröffentlichung der Ergebnisse jener Schülerinnen und Schüler, die in ihrer Kategorie zumindest 50 % der zu vergebenden Punkte erreicht haben sowie des Ermöglichens von Vergleichen mit eigenen Leistungen aus vorherigen Wettbewerbsperioden auf [www.kaenguru.at](http://www.kaenguru.at) verwendet werden.

JA  NEIN

Die Zustimmung zu Punkt 2) kann nur bei einer bejahenden Zustimmung zu Punkt 1) gegeben werden. Nur Teilnehmer mit Zustimmung zu Punkt 2) werden für landes- bzw. österreichweite Siegerehrungen in Betracht gezogen.

Die Verwendung dieser Daten ist bis 31. Dezember 2017 gestattet. Diese Zustimmung kann ich gemäß § 8 Abs. 1 Z 2 DSGVO 2000 ohne Begründung jederzeit schriftlich bei [webmaster@kaenguru.at](mailto:webmaster@kaenguru.at) widerrufen, unter Angabe folgender Informationen zur Identifizierung:

- Vor- und Zuname des Teilnehmers
- Schulstufe und Schule des Teilnehmers (genaue Adresse)
- Jahr des Wettbewerbs

Nach dem 31. Dezember 2017 werden Vor- und Zuname, die Klasse und der Schulstandort gelöscht, wobei das zuletzt genannte Datum durch die Angabe des Bundeslandes ersetzt wird. Die Verwendung der auf diese Art pseudonymisierten Daten ist nur mehr für statistische Zwecke auf der Grundlage von § 46 Abs. 1 Z 3 DSGVO 2000 erlaubt. DVR-Nummer: 300 37 06

Unterschrift:



10. Ein Fünfeck heißt konvex, wenn alle seine Innenwinkel kleiner als  $180^\circ$  sind. Die Anzahl der rechten Winkel in einem konvexen Fünfeck ist  $n$ . Welche der folgenden Listen ist eine vollständige Aufzählung der möglichen Werte von  $n$ ?

- (A) 1, 2, 3      (B) 0, 1, 2, 3, 4      (C) 0, 1, 2, 3      (D) 0, 1, 2      (E) 1, 2

**- 4 Punkte Beispiele -**

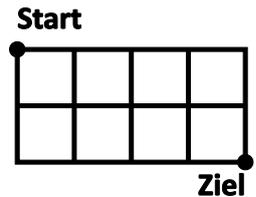
11. In der Abbildung sieht man meinen Entscheidungswürfel in drei verschiedenen Stellungen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit bei einem Wurf mit diesem Würfel ein „YES“ zu erhalten

- (A)  $\frac{1}{3}$       (B)  $\frac{1}{2}$       (C)  $\frac{5}{9}$       (D)  $\frac{2}{3}$       (E)  $\frac{5}{6}$



12. Die Seitenlänge jedes der kleinen Quadrate in der Figur ist 1. Wie lang ist der kürzeste Weg den man vom „Start“ bis zum „Ziel“ gehen kann, wenn man sich nur längs der Quadratseiten und Quadratdiagonalen bewegen darf?

- (A)  $2\sqrt{5}$       (B)  $\sqrt{10} + \sqrt{2}$       (C)  $2 + 2\sqrt{2}$       (D)  $4\sqrt{2}$       (E) 6



13. Jeder Bewohner eines fernen Planeten hat mindestens zwei Ohren. Drei Einwohner mit den Namen Imi, Dimi und Trimi treffen sich in einem schicken Krater. Imi sagt: „Ich kann 8 Ohren sehen.“ Dimi sagt darauf: „Ich kann 7 Ohren sehen.“ Schließlich sagt Trimi: „Komisch, ich kann nur 5 Ohren sehen.“ Keiner von ihnen kann die eigenen Ohren sehen. Wie viele Ohren hat Trimi?

- (A) 2      (B) 4      (C) 5      (D) 6      (E) 7

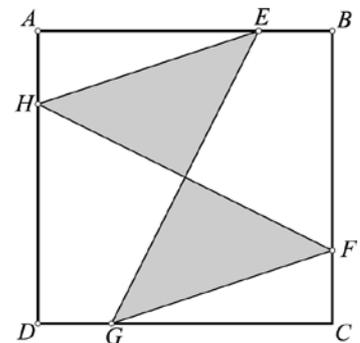
14. Ein quaderförmiger Behälter hat eine quadratische Basis mit Seitenlänge 10 cm. Er ist bis zu einer Höhe  $h$  mit Wasser gefüllt. Nun wird ein Metallwürfel mit Kantenlänge 2 cm hineingelegt. Dieser sinkt auf den Boden des Behälters. Das Wasser steht nun genau bis zur Oberkante des Metallwürfels. Bestimme  $h$ !

- (A) 1,92 cm      (B) 1,93 cm      (C) 1,90 cm      (D) 1,91 cm      (E) 1,94 cm

15. Das Quadrat ABCD hat die Fläche 80. Die Punkte E, F, G und H liegen auf den Quadratseiten mit  $AE = BF = CG = DH$ .

Wie groß ist die Fläche des grauen Bereichs, wenn  $AE = 3 \cdot EB$  gilt?

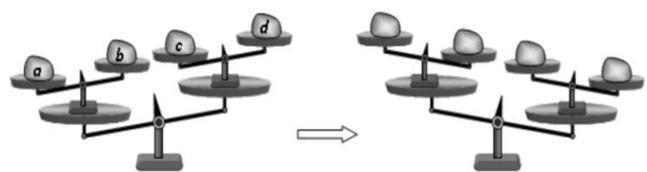
- (A) 20      (B) 25      (C) 30      (D) 35      (E) 40



16. Multipliziert man das ganzzahlige Alter eines Vaters mit dem ganzzahligen Alter seines Sohnes, so erhält man 2015. Beide sind im 20. Jahrhundert geboren. Wie groß ist der Altersunterschied von Vater und Sohn?

- (A) 26      (B) 29      (C) 31      (D) 34      (E) 36

17. Vier Objekte  $a, b, c, d$  wurden wie abgebildet auf eine doppelte Balkenwaage gelegt. Danach wurden zwei der Objekte vertauscht, was die abgebildete Änderung in der Stellung der Waage bewirkt hat. Welche beiden Objekte wurden vertauscht?



- (A)  $a$  und  $b$       (B)  $b$  und  $d$       (C)  $b$  und  $c$       (D)  $a$  und  $d$       (E)  $a$  und  $c$

18. Es ist bekannt, dass die Lösungen der quadratischen Gleichung  $x^2 - 85x + c = 0$  Primzahlen sind. Wie groß ist die Ziffernsumme von  $c$ ?

- (A) 12      (B) 13      (C) 14      (D) 15      (E) 21

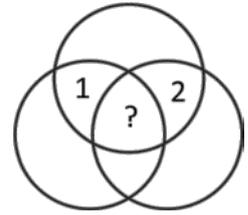
19. Wie viele dreiziffrige positive ganze Zahlen gibt es, in denen sich direkt nebeneinander stehende Ziffern immer um 3 unterscheiden?

- (A) 12      (B) 14      (C) 16      (D) 20      (E) 27

20. Welcher Wert der Variablen  $n$  ist ein Gegenbeispiel zur Aussage „Ist  $n$  eine Primzahl, dann ist genau eine der zwei Zahlen  $n - 2$  und  $n + 2$  eine Primzahl.“?
- (A) 11                      (B) 19                      (C) 21                      (D) 29                      (E) 37

**- 5 Punkte Beispiele -**

21. In der Abbildung sehen wir sieben Bereiche, die von drei Kreisen begrenzt werden. In jeden Bereich wird eine Zahl geschrieben. Es ist bekannt, dass jede Zahl gleich der Summe aller Zahlen in den angrenzenden Bereichen ist. (Zwei Bereiche werden als angrenzend bezeichnet, wenn sie mehr als einen Randpunkt gemeinsam haben.) Welche Zahl befindet sich im inneren Bereich?



- (A) 0                      (B) -3                      (C) 3                      (D) -6                      (E) 6

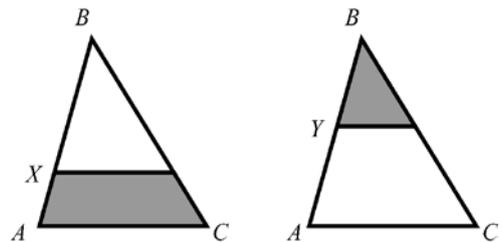
22. Wie viele zweiziffrige Zahlen kann man als Summe von genau sechs verschiedenen Zweierpotenzen schreiben? (Hinweis: Zweierpotenzen sind  $2^0, 2^1, 2^2, \dots$ )

- (A) 0                      (B) 1                      (C) 2                      (D) 3                      (E) 4

23. Petra hat drei verschiedene Wörterbücher und zwei verschiedene Romane im Bücherregal. Auf wie viele verschiedene Arten kann sie die Bücher anordnen, wenn jedenfalls alle Wörterbücher zusammen stehen sollen, und ebenso auch die Romane?

- (A) 12                      (B) 24                      (C) 30                      (D) 60                      (E) 120

24. Im Dreieck  $ABC$  werden durch  $X$  und durch  $Y$  parallele Linien zur Basis  $AC$  eingezeichnet. Die Flächen der grauen Bereiche sind in beiden Fällen gleich groß. Das Verhältnis  $BX:XA = 4:1$  ist bekannt. Wie groß ist das Verhältnis  $BY:YA$ ?



- (A) 1:1                      (B) 2:1                      (C) 3:1                      (D) 3:2                      (E) 4:3

25. In einem rechtwinkligen Dreieck teilt die Winkelsymmetrale eines spitzen Winkels die gegenüberliegende Seite in Strecken der Längen 1 bzw. 2. Wie lang ist diese Winkelsymmetrale?

- (A)  $\sqrt{2}$                       (B)  $\sqrt{3}$                       (C)  $\sqrt{4}$                       (D)  $\sqrt{5}$                       (E)  $\sqrt{6}$

26. Eine zweiziffrige Zahl mit den Ziffern  $x, y$ , kann in der Form  $\overline{xy}$  geschrieben werden. Es seien  $a, b, c$  verschiedene Ziffern. Auf wie viele Arten kann man die Ziffern  $a, b, c$  auswählen, sodass  $\overline{ab} < \overline{bc} < \overline{ca}$  gilt?

- (A) 84                      (B) 96                      (C) 125                      (D) 201                      (E) 502

27. Streicht man eine der Zahlen  $1, 2, 3, \dots, n - 1, n$ , so ist der Durchschnitt der verbleibenden Zahlen  $4,75$ . Welche Zahl wurde gestrichen?

- (A) 5                      (B) 7                      (C) 8                      (D) 9                      (E) Die Zahl kann nicht eindeutig bestimmt werden.

28. Die Ameise Tanti beginnt ein Abenteuer an einem Eckpunkt eines Würfels mit der Kantenlänge 1. Sie möchte jede Kante des Würfels mindestens einmal entlangwandern, und am Schluss an ihren Ausgangseckpunkt zurückkehren. Wie lang ist ihr Spaziergang mindestens?

- (A) 12                      (B) 14                      (C) 15                      (D) 16                      (E) 20

29. Zehn verschiedene Zahlen werden aufgeschrieben. Jede Zahl, die gleich dem Produkt der anderen neun Zahlen ist, darf danach unterstrichen werden. Wie viele Zahlen dürfen höchstens unterstrichen werden?

- (A) 1                      (B) 2                      (C) 3                      (D) 9                      (E) 10

30. Auf einer Geraden werden einige Punkte markiert. Danach werden alle möglichen Verbindungsstrecken von je zwei dieser Punkte bestimmt. Ein markierter Punkt liegt im Inneren von genau 80 dieser Strecken, und ein weiterer liegt im Inneren von genau 90 davon. Wie viele Punkte wurden auf der Geraden markiert?

- (A) 20                      (B) 22                      (C) 80                      (D) 90                      (E) Die Information genügt nicht, um dies zu bestimmen.