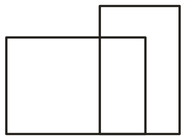
Känguru der Mathematik 2014
Gruppe Kadett (7. und 8. Schulstufe)
Österreich - 20.3.2014

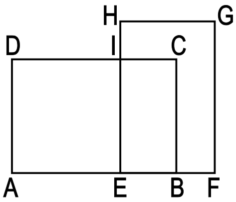
- 3 Punkte Beispiele -

1. Der Känguruwettbewerb findet jedes Jahr am dritten Donnerstag im März statt.
Was ist das letztmögliche Datum, an dem der Wettbewerb stattfinden könnte?
(A) 14. März (B) 15. März (C) 20. März **(D) 21. März** (E) 22. März

Der letztmögliche Termin ist 3 Wochen = 21 Tage nach dem letzten Tag im Februar.
Das ist der 21. März.

2. Wie viele Vierecke beliebiger Größe sind in der abgebildeten Figur zu sehen?
(A) 0 (B) 1 (C) 2 **(D) 4** (E) 5



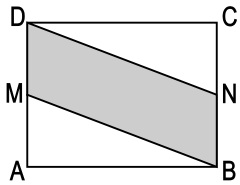


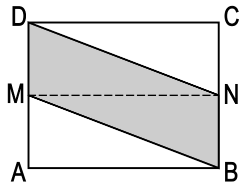
ABCD, EFGH, EBCI, AEID

3. Wie lautet das Ergebnis von $2014 \cdot 2014 : 2014 - 2014$?
(A) 0 (B) 1 (C) 2013 (D) 2014 (E) 4028

$2014 \cdot 2014 : 2014 - 2014 = 2014^2 : 2014 - 2014 = 2014 - 2014 = 0$

4. Der Flächeninhalt des abgebildeten Rechtecks *ABCD* beträgt 10. *M* und *N* sind die Mittelpunkte der Seiten *AD* bzw. *BC*. Wie groß ist der Flächeninhalt des Vierecks *MBND*?
(A) 0,5 **(B) 5** (C) 2,5 (D) 7,5 (E) 10





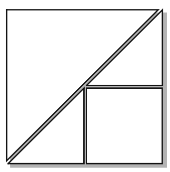
Durch die gestrichelte Linie wird ABCD in 4 kongruente Dreiecke zerteilt.
Daher gilt: $A_{MBND} = 2 \cdot \frac{10}{4} = 5$.

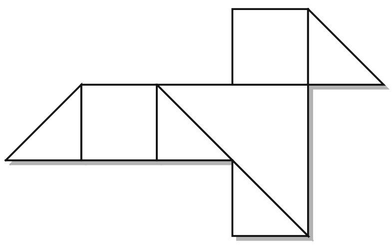
5. Das Produkt zweier natürlicher Zahlen beträgt 36 und ihre Summe 37.
Wie groß ist die (positive) Differenz der beiden Zahlen?
(A) 1 (B) 4 (C) 10 (D) 26 **(E) 35**

Lösung 1: Mögliche Produkte: $1 \cdot 36$, $2 \cdot 18$, $3 \cdot 12$, $4 \cdot 9$, $6 \cdot 6$;
$1 + 36 = 37 \Rightarrow 36 - 1 = 35$

Lösung 2: I: $x + y = 37$ also $y = 37 - x$; II: $x \cdot y = 36$
Aus I und II folgt der Ansatz $x \cdot (37 - x) = 36$. Daraus ergibt sich die folgende quadratische Gleichung:
$x^2 - 37x - 36 = 0$. Die beiden Lösungen der Gleichung sind $x = 1$ oder $x = 36$ und damit $y = 36$ oder $y = 1$.
$|x - y| = 35$

6. Wanda hat mehrere quadratische Blätter Papier, wobei jedes Blatt den Flächeninhalt 4 hat. Sie zerschneidet jedes dieser Blätter in rechtwinklige Dreiecke und Quadrate (siehe linke Abbildung). Sie nimmt einige dieser Stücke und legt daraus die rechts abgebildete Figur. Wie groß ist der Flächeninhalt dieser Figur?
(A) 3 (B) 4 (C) $\frac{9}{2}$ (D) 5 **(E) 6**



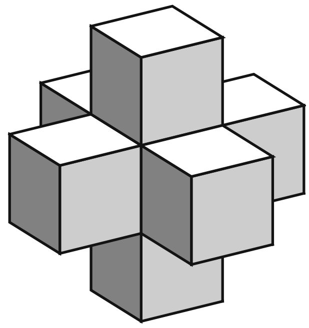


Der Flächeninhalt des großen Dreiecks beträgt 2. Der Flächeninhalt des Quadrates beträgt 1 und der Flächeninhalt eines kleinen Dreiecks beträgt 0,5.
Gesamtfläche der Figur: $2 + 2 \cdot 1 + 4 \cdot 0{,}5 = 6$.

7. Ein Kübel ist mit Wasser halb gefüllt. Eine Reinigungskraft schüttet weitere 2 Liter Wasser in den Kübel. Danach ist der Kübel zu dreiviertel voll. Wie viele Liter Wasser passen insgesamt in den Kübel?

(A) 10 Liter **(B) 8 Liter** (C) 6 Liter (D) 4 Liter (E) 2 Liter

$\frac{K}{2}+2=\frac{3K}{4}$. Daher $\frac{K}{4}=2$. Damit $K=8$



8. Georg baute aus sieben Würfeln, jeder mit Kantenlänge 1, die abgebildete Skulptur. Wie viele solche Würfel muss er dieser Skulptur noch hinzufügen, um daraus einen großen Würfel mit Kantenlänge 3 zu bauen?

(A) 12 (B) 14 (C) 16 (D) 18 **(E) 20**

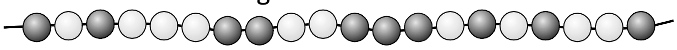
Der gesuchte Würfel besteht aus $3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$ kleinen Würfeln. Es fehlen 20 Würfeln.

9. Welche der folgenden Rechnungen liefert das größte Ergebnis?

(A) $44 \cdot 777$ **(B) $55 \cdot 666$** (C) $77 \cdot 444$ (D) $88 \cdot 333$ (E) $99 \cdot 222$

Entweder durch genaue Rechnung oder Überschlagsrechnung.

10. Auf einer Schnur sind graue und weiße Perlen aufgefädelt.



Toni zieht Perlen von den Enden der Kette. Nach dem Ziehen der fünften grauen Perle hört er damit auf. Wie viele weiße Perlen kann er höchstens heruntergezogen haben?

(A) 4 (B) 5 (C) 6 **(D) 7** (E) 8

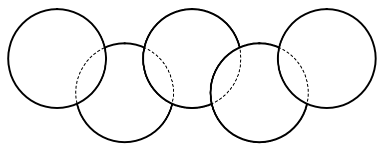
Zuerst löst man 2 graue und 4 weiße Perlen von der linken Seite der Kette. Dann löst man 3 graue und 3 weiße Perlen von der rechten Seite der Kette. Damit hat man insgesamt 7 weiße Perlen von der Kette gelöst.

- 4 Punkte Beispiele -

11. Max hat zweimal pro Woche je eine Stunde Klavierunterricht, Hanna nur jede zweite Woche eine Stunde. Der Klavierunterricht findet eine bestimmte Anzahl von Wochen hindurch statt.
Wie viele Wochen sind dies, wenn Max in diesem Zeitraum um 15 Stunden mehr Unterricht bekommt als Hanna?

(A) 30 Wochen (B) 25 Wochen (C) 20 Wochen (D) 15 Wochen (E) 10 Wochen

Lösung 1: Nach 2 Wochen hat Max 3 Stunden mehr als Hanna erhalten. Damit hat er nach 10 Wochen 15 Stunden mehr Unterricht als Hanna erhalten.
Lösung 2: $2x-\frac{x}{2}=15 \Rightarrow x=10$ (x Anzahl der Wochen)



12. Fünf Kreise mit je 1 cm^2 Flächeninhalt, die einander überlappen, bilden die abgebildete Figur. Das überlappende Flächenstück zweier Kreise hat jeweils einen Flächeninhalt von $\frac{1}{8}$ cm^2. Wie groß ist der Flächeninhalt des Flächenstücks, das von der abgebildeten Figur überdeckt wird?

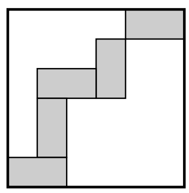
(A) $4\,cm^2$ **(B) $\frac{9}{2}\,cm^2$** (C) $\frac{35}{8}\,cm^2$ (D) $\frac{39}{8}\,cm^2$ (E) $\frac{19}{4}\,cm^2$

$5-4\cdot\frac{1}{8}=4{,}5\ cm^2$

13. Eine Großmutter, ihre Tochter und ihre Enkelin stellen fest, dass die Summe ihrer Alter 100 ist. Außerdem ist jedes Alter eine Potenz der Zahl 2 (also ein Produkt von lauter Zweiern). Wie alt ist die Enkelin?

(A) 1 (B) 2 **(C) 4** (D) 8 (E) 16

$2^6+2^5+2^2=64+32+4=100$. Großmutter 64 Jahre, Mutter 32 Jahre, Enkelin 4 Jahre

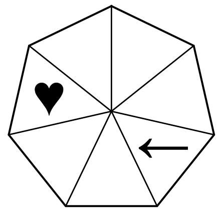


14. In einem Quadrat mit Seitenlänge 24 cm sind fünf kongruente Rechtecke, wie in der Abbildung zu sehen, angeordnet. Wie groß ist der Flächeninhalt eines dieser Rechtecke?

(A) 12 cm^2 (B) 16 cm^2 (C) 18 cm^2 (D) 24 cm^2 **(E) 32 cm^2**

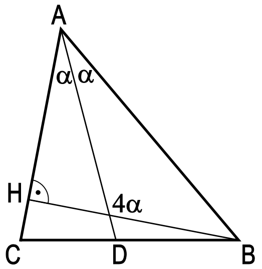
Sei a die Länge und b die Breite eines solchen Rechtecks. Damit ergeben sich zwei Bedingungen:
I: $2a + b + (a - b) = 24$ und II: $3b + a + (a - b) = 24$. Durch Umformung erhält man aus I: $a = 8$ und aus II: $2b + 2a = 24$.
Damit muss $b = 4$ gelten. Die Fläche eines Rechtecks ist daher $8 \cdot 4 = 32$ cm^2.

15. In der folgenden Figur sind das Herz und der Pfeil wie abgebildet angeordnet. Zum selben Zeitpunkt beginnen sich das Herz und der Pfeil zu bewegen. Der Pfeil wandert in der Figur um 3 Felder im Uhrzeigersinn und das Herz um 4 Felder gegen den Uhrzeigersinn, danach bleiben sie stehen. Dieser Vorgang wiederholt sich immer wieder. Nach wie vielen dieser Vorgänge wird sich der Pfeil das erste Mal im gleichen dreieckigen Feld wie das Herz befinden?



(A) 7 (B) 8 (C) 9 (D) 10 **(E) Das wird nie passieren.**

Da ein Bewegen um 3 Felder im Uhrzeigersinn dasselbe ergibt, wie das Bewegen um 4 Felder gegen den Uhrzeigersinn, bleibt die relative Position der beiden Symbole zueinander stets gleich, d.h. E ist richtig.



16. Im Dreieck *ABC* (siehe Skizze) ist *AD* die Winkelsymmetrale des Winkels in *A* und *BH* die Höhe auf die Seite *AC*. Der stumpfe Winkel zwischen *BH* und *AD* ist viermal so groß wie der Winkel $\angle DAB$. Wie groß ist der Winkel $\angle CAB$?

(A) 30° (B) 45° **(C) 60°** (D) 75° (E) 90°

$\angle ABH = 90 - 2\alpha$ (rechtwinkeliges Dreieck AHB).
Daher gilt $\alpha + 4\alpha + (90 - 2\alpha) = 180°$. Damit gilt $\alpha = 30°$. $\angle CAB = 2\alpha = 60°$.

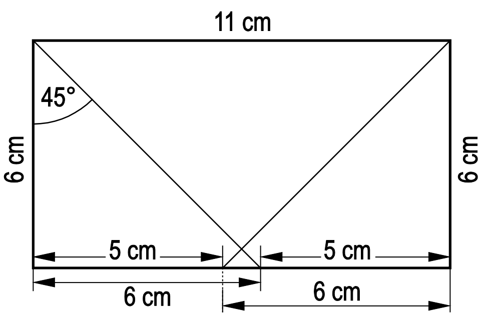
17. Sechs Burschen leben gemeinsam in einer Wohnung, in der es zwei Badezimmer gibt. Jeden Morgen ab 7:00 benützen sie vor dem Frühstück die beiden Bäder, wobei sie sich jeweils 8, 10, 12, 17, 21 und 22 Minuten durchgehend alleine in einem der beiden Badezimmer aufhalten. Wann können alle sechs Burschen frühestens gemeinsam frühstücken?

(A) 7:45 **(B) 7:46** (C) 7:47 (D) 7:48 (E) 7:50

Durchschnittlich braucht jeder Bursche 15 Minuten für die Morgentoilette. Damit wäre jedes Bad bei optimaler Ausnutzung 45 Minuten besetzt. Die Abweichungen der einzelnen Burschen vom Mittelwert 15 betragen $-7, -5, -3, +2, +6$ und $+7$ Minuten. Kombiniert man negative Abweichung mit positiver Abweichung optimal (d.h. mit in Summe möglichst geringer Abweichung von 0), so ergeben sich die beiden 3er-Gruppen $-7 + 2 + 8 = +1$ und $+7 - 5 - 3 = -1$. Die Belegung der Badezimmer ist daher 21, 17, 8 ($= 46$ min) und 22, 12, 10 ($= 44$ min). $\Rightarrow$ 7.46

18. Die Seiten eines Rechtecks sind 6 cm und 11 cm lang. Man wählt eine lange Seite aus. Dann werden die Winkelsymmetralen der Winkel in den Endpunkten dieser Seite gezeichnet. Sie unterteilen die gegenüberliegende andere lange Seite in drei Teilstücke. Wie lang sind diese Teilstücke?

(A) 1 cm, 9 cm, 1 cm (B) 2 cm, 7 cm, 2 cm (C) 3 cm, 5 cm, 3 cm (D) 4 cm, 3 cm, 4 cm **(E) 5 cm, 1 cm, 5 cm**



19. Captain Sparrow und seine Piraten erbeuten einige Goldmünzen. Sie teilen die Münzen gleichmäßig untereinander auf. Wenn sie vier Piraten weniger wären, dann würde jeder von ihnen 10 Münzen mehr bekommen. Wäre die Anzahl der Münzen um 50 weniger, würde jede Person um 5 Münzen weniger erhalten. Wie viele Münzen teilen sie untereinander auf?

(A) 80 (B) 100 (C) 120 **(D) 150** (E) 250

Aus der zweiten Aussage kann man schließen, dass es 10 Piraten gibt ($50 : 5 = 10$). Dadurch verbleiben bei der ersten Bedingung 6 Piraten, die jeweils um 10 Goldmünzen mehr bekommen, also in Summe um 60 Goldmünzen mehr untereinander aufteilen können. Das heißt, dass jeder der 4 wegfallenden Piraten bei 15 Goldstücke bekommen hätte. Bei einer Anzahl von 10 Piraten ergeben sich damit $10 \cdot 15 = 150$ Goldmünzen.

20. Der Durchschnittswert zweier positiver Zahlen ist um 30% geringer als eine der beiden Zahlen.
Um welchen Prozentsatz ist der Durchschnittswert größer als die andere Zahl?
(A) 75% (B) 70% (C) 30% (D) 25% (E) 20%

Nehmen wir an, der Wert der größeren Zahl beträgt 100. Dann beträgt der Durchschnittswert 70. Damit der Durchschnittswert zwischen 100 und der zweiten Zahl 70 beträgt, muss die kleinere Zahl einen Wert von 40 haben. 70 ist aber um 30 d.h. um 75% größer als 40.

- 5 Punkte Beispiele -

21. Andy füllt eine 3×3-Tabelle mit allen Ziffern von 1 bis 9 so aus, so dass jedes Feld nur eine Ziffer enthält. Er hat bereits die Ziffern 1, 2, 3 und 4 in die Tabelle, wie in der Abbildung zu sehen, eingetragen. Zwei Zahlen gelten als "benachbart", wenn die Felder, in denen sie stehen, eine Seite gemeinsam haben. Nachdem er die Tabelle fertig ausgefüllt hat, bemerkt er: Die Summe der benachbarten Zahlen von 9 beträgt 15.
Wie groß ist die Summe der benachbarten Zahlen von 8?

1		3
2		4

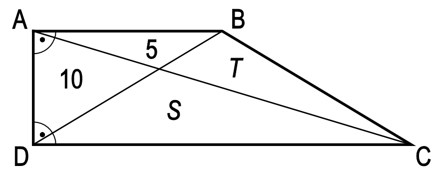
(A) 12 (B) 18 (C) 20 (D) 26 **(E) 27**

Die Summe der benachbarten Zahlen von 9 ist 15. Damit muss 9 aber auf einem Feld am Rande der Tabelle stehen, da sonst die Summe der benachbarten Zahlen zu groß wäre. Das Feld zwischen 3 und 4 erfüllt als einziges die Bedingungen wobei im Feld im Zentrum die Zahl 8 stehen muss. Die Nachbarn von 8 sind 9, 5, 6, 7. Die Summe der Nachbarzahlen beträgt 27.

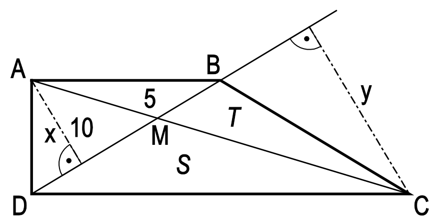
22. Eine Waage zeigt die Masse nicht immer genau an. Wenn etwas leichter als 1000 g ist, zeigt sie die genaue Masse an. Wenn etwas 1000 g oder mehr wiegt, zeigt sie irgendeine Masse über 1000 g an.
Man hat 5 Kugeln mit den Massen A g, B g, C g, D g und E g, jede weniger als 1000 g. Wenn man diese paarweise abwiegt, zeigt die Waage folgendes an: $B + D = 1200$, $C + E = 2100$, $B + E = 800$, $B + C = 900$, $A + E = 700$.
Welche der Kugeln ist am schwersten?
(A) A (B) B (C) C **(D) D** (E) E

Wegen (1) B + E = 800 und (2) A + E = 900 gilt B < A. Wegen (1) B + E = 800 und (3) B + C = 900 gilt E < C.
Aus (1) und (3) folgt außerdem, dass (4) C = E + 100 und damit ergibt sich zusammen mit (2), dass (5) A + C = 1000.
Weiters gilt (6) C + E ≥ 1000 und daher zusammen mit (4), dass C + C – 100 ≥ 1000 ⇔ 2C ≥ 1100 ⇔(7) C ≥ 550.
Aus (5) folgt nun zusammen mit (7), dass A < C. Aus (3) und (7) folgt, dass B < C. A, B, E sind also leichter als C.
Da (8) B + D ≥ 1000, gilt zusammen mit (3), dass D > C. Damit ist D am schwersten.

23. Das Viereck *ABCD* besitzt nur in den Ecken *A* und *D* rechte Winkel. Die Zahlen in der Abbildung geben jeweils die Größe des Flächeninhalts des Dreiecks an, in dem sie stehen. Wie groß ist der Flächeninhalt von *ABCD*?
(A) 60 **(B) 45** (C) 40 (D) 35 (E) 30



In der Zeichnung bezeichnet x die Höhe des Dreiecks *DBA* auf die Seite *DM*. Aber x ist auch die Höhe des Dreiecks *MBA* auf die Seite *MB*. Da $10 = \frac{1}{2}\cdot DM\cdot x$ und $5=\frac{1}{2}\cdot MB\cdot x$ ist und 10 = 2 · 5, muss gelten (1) $DM = 2\cdot MB$.
Die Dreiecke *ABD* und *ABC* haben die Seite AB gemeinsam. Da *AB* parallel zu *DC* liegt, ist die Höhe des Dreiecks ABD auf die Seite AB auch gleichzeitig Höhe des Dreiecks *ABC*. Damit ist die Fläche von $A_{ABD} = A_{ABC} = 15$ und daher $T = 10$.



In der Zeichnung ist y die Höhe des Dreiecks *MCB* auf die Seite MB. Man sieht, dass y auch die Höhe im Dreieck *DCM* auf *DM* ist. Da nach (1) $DM = 2\cdot MB$, ist $S = A_{DCM} = 2 \cdot A_{MCB} = 2 \cdot T = 2 \cdot 10 = 20$.
Der Flächeninhalt von *ABCD* ist daher 10 + 5 + 10 + 20 = 45.

24. Jan und Eva tragen einen Wettstreit im Lösen von mathematischen Aufgaben aus. Jeder bekommt eine gleiche Liste mit 100 Aufgaben. Für jede gelöste Aufgabe bekommt der erste, der sie löst, 4 Punkte, während der langsamere 1 Punkt für die Lösung bekommt. Jan löst 60 Aufgaben und auch Eva löst 60 Aufgaben. Zusammen erringen sie 312 Punkte.
Wie viele der Aufgaben wurden sowohl von Jan als auch von Eva gelöst?
(A) 53 (B) 54 (C) 55 **(D) 56** (E) 57

Jan löst als erster x Aufgaben und bekommt dafür 4·x Punkte. Weiters löst er noch (60 – x) Aufgaben als zweiter, für die er noch jeweils 1 Punkt d.h. insgesamt (60 – x) Punkte bekommt.
Eva löst y Aufgaben als erste, für die sie 4·y Punkte bekommt und (60 – y) Aufgaben als zweite, für die sie insgesamt (60 – y) Punkte erhält. Beide zusammen haben 312 Punkte bekommen. Daher gilt die Gleichung

$4x + (60 - x) + 4y + (60 - y) = 312$
Durch Vereinfachung dieser Gleichung erhält man
$x + y = 64$
Beide haben insgesamt 64 Fragen als erstes beantwortet und dafür $64 \cdot 4 = 256$ Punkte bekommen.
Es bleiben $312 - 256 = 56$ Punkte über, die sie für als zweite beantwortete Fragen bekommen haben. Da sie für jede dieser Antworten jeweils 1 Punkt erhalten haben, müssen dies deshalb 56 Fragen gewesen sein.

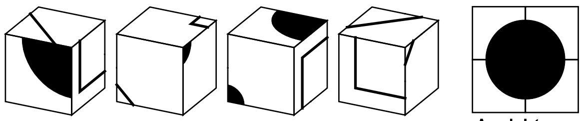
25. David fährt mit seinem Fahrrad von Edinburgh zu seiner außerhalb von Edinburgh lebenden Tante. Er möchte genau um 15 Uhr bei ihr ankommen. Nach 2/3 seiner von ihm geplanten Fahrzeit hat er bereits 3/4 des Weges zurückgelegt. Deshalb fuhr er danach langsamer und kam genau pünktlich an seinem Ziel an. In welchem Verhältnis stehen die Durchschnittsgeschwindigkeiten der beiden Teile seiner Fahrt zueinander?
(A) 5 : 4 (B) 4 : 3 **(C) 3 : 2** (D) 2 : 1 (E) 3 : 1

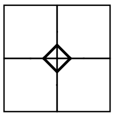
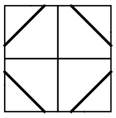
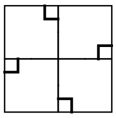
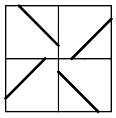
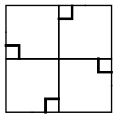
Sei s der Weg von Edinburgh zur Tante und t die geplante Fahrzeit. Für $\frac{3}{4}$ des Weges also $\frac{3}{4}s$ benötigt David $\frac{2}{3}$ der Zeit also $\frac{2}{3}t$. Die Durchschnittsgeschwindigkeit v_1 für diesen Teil des Wegs (Geschwindigkeit = Weg : Zeit) beträgt also
$v_1 = \frac{\frac{3}{4}s}{\frac{2}{3}t} = \frac{9}{8} \cdot \frac{s}{t}$. Analog benötigt er für den Rest des Weges also $\frac{1}{4}s$ die restliche Zeit also $\frac{1}{3}t$. Die

Durchschnittsgeschwindigkeit v_2 für diesen Teil des Weges beträgt $v_2 = \frac{\frac{1}{4}s}{\frac{1}{3}t} = \frac{3}{4} \cdot \frac{s}{t}$.

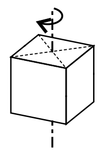
$v_1 : v_2 = \frac{9}{8} : \frac{3}{4} = 9 : 6 = 3 : 2$

26. Vier identische Würfel (siehe Abbildung) werden aneinander gefügt. Betrachtet man das entstandene Gebilde von vorne, sieht man einen schwarzen Kreis (rechtes Bild).
Was sieht man auf der Rückseite des Gebildes?


Ansicht von vorne

(A)  (B)  (C)  (D)  (E) 

Es genügt die ganz linke und ganz rechte der vier abgebildeten Würfel zu betrachten. Da sieht man, dass man durch Drehen des linken Würfels um 90° im Uhrzeigersinn die ganz rechte Abbildung erhält. Als Drehachse verwendet man die zur Basisfläche senkrecht stehende Würfelachse. Am ganz rechten Würfel sieht man auf der rechten Würfelseite das dem Viertelkreis gegenüberliegende Bild.
Damit ist Antwort A richtig.



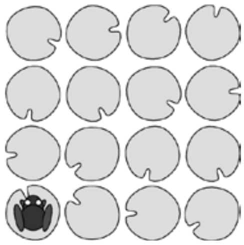
27. Eine Gruppe von 25 Personen besteht aus Rittern, Gaunern und Wankelmütigen. Die Ritter sagen immer die Wahrheit, die Gauner immer die Unwahrheit und die Wankelmütigen antworten abwechselnd ehrlich und verlogen (oder umgekehrt).
Auf die erste an alle gestellte Frage, "Bist du ein Ritter?", antworteten 17 von ihnen mit "Ja!".
Auf die zweite an alle gestellte Frage, "Bist du ein Wankelmütiger?", antworteten 12 von ihnen mit "Ja!"
Auf die dritte an alle gestellte Frage, "Bist du ein Gauner?", antworteten 8 mit "Ja!"
Wie viele Ritter gab es in dieser Personengruppe?
(A) 4 **(B) 5** (C) 9 (D) 13 (E) 17

Sei r die Anzahl der Ritter. Auf die dritte Frage können nur 8 Wankelmütige mit "Ja" geantwortet haben. Ritter würden sonst nämlich lügen und Gauner die Wahrheit sagen. Dieselben 8 haben auch bei der ersten Frage mit "Ja" und bei der zweiten Frage mit "Nein" geantwortet. Auf die zweite Frage haben 13 Personen mit "Nein" geantwortet. Diese 13 setzen sich aus den erwähnten 8 Wankelmütigen und Rittern zusammen. Lügner können nicht unter diesen 13 sein, da sie sonst ja die Wahrheit sprechen würden. Damit ist $8 + r = 13$ und daher $r = 5$.

28. Mehrere verschiedene positive ganze Zahlen werden auf eine Tafel geschrieben. Genau zwei dieser Zahlen sind durch 2 teilbar und genau 13 dieser Zahlen sind durch 13 teilbar. Die größte an der Tafel stehende Zahl ist *M*.
Was ist der kleinste Wert, den *M* haben kann?
(A) 169 (B) 260 **(C) 273** (D) 299 (E) 325

Da die Zahl M möglichst klein gehalten werden muss, müssen unter den Zahlen zwei Zahlen dabei sein, die sowohl durch 2 als auch durch 13 geteilt werden können. Daher lauten die ersten vier Zahlen 13, <u>26</u>, 39, <u>52</u>. Die nächste Zahl ist 65 ($5 \cdot 13$). Jetzt fehlen noch die nächsten 8 ungeraden Vielfachen von 13. Die höchste und gleichzeitig möglichst kleine dieser Zahlen ist $21 \cdot 13 = 273$. ($5 \cdot 13 + (2 \cdot 8) \cdot 13 = 21 \cdot 13$)

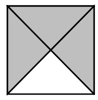
29. Auf einem Teich befinden sich 16 Seerosenblätter angeordnet in einem 4×4 Raster wie in der Abbildung zu sehen. Ein Frosch sitzt auf einem Blatt in einer der Ecken des Rasters (siehe Bild). Der Frosch springt von einem Blatt zu einem anderen Blatt horizontal oder vertikal. Dabei überspringt er immer mindestens ein Blatt. Auf keinem Blatt landet er zweimal. Auf wie vielen Blättern, einschließlich des Blattes, auf dem er sitzt, kann er höchstens landen?
(A) 16 (B) 14 (C) 8 (D) 6 (E) 4



13	7	12	14
3	5	2	4
10	8	11	9
16	6	1	15

Eine der möglichen Lösungen. Die 4 mittleren Felder sollten möglichst früh erreicht werden, da es von dort die wenigsten Möglichkeiten zum Weiterhüpfen gibt.

30. Ein 5×5 Quadrat wird aus 1×1 Fliesen gelegt. Das Muster auf jeder Fliese besteht aus drei dunklen und einem hellen Dreieck (siehe Abbildung). Bei benachbarten Fliesen haben die beiden Dreiecke an der gemeinsamen Kante jeweils die gleiche Farbe.



Der Rand des großen Quadrats besteht aus dunklen und hellen Dreiecken. Was ist die kleinste Anzahl von dunklen Dreiecken, die sich darunter befinden können?
(A) 4 **(B) 5** (C) 6 (D) 7 (E) 8

Der Raster muss mit 25 Fliesen, auf denen sich jeweils 3 dunklen Dreiecke befinden, ausgelegt werden. Damit befinden sich im fertigen Bild insgesamt $75 = 25 \cdot 3$ dunkle Dreiecke. Das ist eine ungerade Anzahl. Im Inneren bilden sich immer Paare gleichfärbiger Dreiecke. Daher liegt innen eine gerade Anzahl von dunklen Dreiecken. Dadurch bleiben für Außen nur eine ungerade Anzahl dunkler Dreiecke.
(ungerade minus gerade = ungerade). In der neben abgebildeten Parkettierung gibt es 5 dunkle Dreiecke. Die Anzahl "4" ist wegen der oben angestellten Überlegungen nicht möglich.