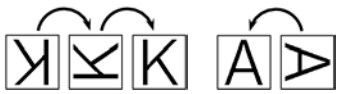
Känguru der Mathematik 2014
Gruppe Benjamin (5. und 6. Schulstufe)
Österreich - 20.3.2014

- 3 Punkte Beispiele -

1. Arno legt mit 8 Karten das Wort KANGAROO. Einige Karten liegen aber verdreht.

Durch zweimaliges Drehen kann er den Buchstaben K korrigieren, durch einmaliges Drehen den Buchstaben A (siehe Zeichnung). Wie oft muss er drehen, damit er das Wort KANGAROO richtig lesen kann?



(A) 4 (B) 5 **(C) 6** (D) 7 (E) 8

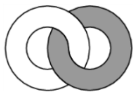
Der Buchstabe K muss 2-mal gedreht werden, der Buchstabe A 1-mal, der Buchstabe N ebenfalls 1-mal. Das G muss gar nicht gedreht werden, aber das A wieder 2-mal. Die letzten drei Buchstaben müssen gar nicht gedreht werden.
Insgesamt muss Arno also 6-mal drehen (2 + 1 + 1 + 2 = 6.

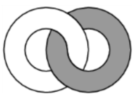
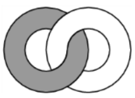
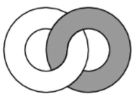
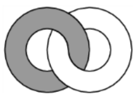
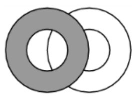
2. Ein Kuchen wiegt 900 g. Paul schneidet ihn in 4 Stücke. Das größte Stück wiegt genauso viel wie die anderen 3 Stücke zusammen. Wie viel wiegt das größte Stück?

(A) 250 g (B) 300 g (C) 400 g **(D) 450 g** (E) 600 g

Wenn das große Stück genauso viel wiegt, wie die anderen 3 Stücke gemeinsam, so ist das große Stück genau der halbe Kuchen. Damit hat das große Stück 900 : 2 = 450 Gramm.

3. Ein weißer und ein grauer Ring werden ineinander verkettet. Peter sieht die beiden Ringe von vorne so, wie sie in der rechten Abbildung zu sehen sind.
Paul sieht die Ringe von hinten. Was sieht er?



(A)  (B)  (C)  **(D)**  (E) 

Der weiße Ring liegt von vorne gesehen links. Von hinten betrachtet liegt der weiße Ring also rechts. An der unteren Seite ist der graue Ring im Vordergrund, das heißt, dass er von hinten betrachtet an der unteren Seite vom weißen Ring verdeckt wird.

4. In der nebenstehenden Addition wurden drei Ziffern durch Sterne ersetzt. Wie groß ist die Summe der drei fehlenden Ziffern?

$$\begin{array}{rccc} & 1 & * & 2 \\ + & 1 & * & 3 \\ + & 1 & * & 4 \\ \hline & 3 & 0 & 9 \end{array}$$

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 10

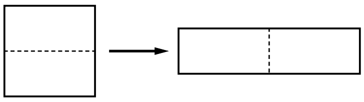
Die Summe der Einerziffern ergibt genau 9. Also gibt es keinen Übetrag von der Einerstelle auf die Zehnerstelle. Also ist die Summe der Sterne 0, 10 oder 20. Die Summe der Hunderterziffern ergibt genau 3. Es kann also keinen Übertrag von der Zehnerstelle auf die Hunderterstelle geben. Daher ist die Summe der Sterne nicht 10 oder 20 sondern 0.

5. Wie groß ist die Differenz zwischen der kleinsten fünfstelligen und der größten vierstelligen Zahl?

(A) 1 (B) 10 (C) 1111 (D) 9000 (E) 9900

Die kleinste fünfstellige Zahl ist 10000, die größte vierstellige Zahl ist 9999. Als Differenz ergibt sich 10000 – 9999 = 0

6. Ein Quadrat mit dem Umfang 48 cm wird durch einen Schnitt in zwei gleich große Teile zerlegt. Diese werden so wie in der Abbildung zu einem Rechteck zusammengefügt. Wie groß ist der Umfang dieses Rechtecks?



(A) 24 cm (B) 30 cm (C) 48 cm **(D) 60 cm** (E) 72 cm

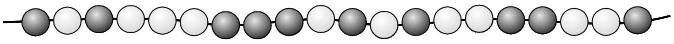
Die Seitenlänge des Quadrates (in cm) ist 48 : 4 = 12. Die beiden Teile sind also Rechtecke mit den Seitenlängen 12 cm und 6 cm. Das Rechteck hat dann den Umfang U = 2 · (24 + 6) cm = 60 cm.

7. Katrin hat 38 Streichhölzer. Sie benützt alle Streichhölzer und legt damit ein Dreieck und ein Quadrat. Das Dreieck und das Quadrat haben kein Streichholz gemeinsam. Jede Seite des Dreiecks besteht aus 6 Streichhölzern. Aus wie vielen Streichhölzern besteht eine Quadratseite?

(A) 4 **(B) 5** (C) 6 (D) 7 (E) 8

Sie benötigt für das Dreieck 3 · 6 = 18 Streichhölzer. Es bleiben ihr also noch 20 Streichhölzer für das Quadrat. Eine Quadratseite besteht dann aus 20 : 4 = 5 Streichhölzern.

8. Auf einer Schnur sind graue und weiße Perlen zu einer Kette aufgefädelt.



Monika möchte 5 graue Perlen haben. Sie kann Perlen aber nur von den Enden der Kette ziehen. Deshalb muss sie auch einige weiße Perlen herunterziehen. Wie viele weiße Perlen muss sie mindestens nehmen, um 5 graue Perlen zu bekommen?

(A) 2 **(B) 3** (C) 4 (D) 5 (E) 6

Wenn Monika vom linken Ende Perlen bis einschließlich der zweiten grauen Perle nimmt (also 3 Perlen) und vom rechten Ende bis einschließlich der dritten grauen Perle (also insgesamt 5 Perlen), so erhält sie ihre 5 gewünschten grauen, aber auch 3 weiße Perlen.
Würde sie vom linken Ende mindestens 3 graue Perlen nehmen, oder vom rechten Ende mindestens 4, so müsste sie dabei auch mindestens 4 weiße Perlen nehmen.
Damit ist 3 die geringste Anzahl an weißen Perlen, die sie nehmen muss.

- 4 Punkte Beispiele -

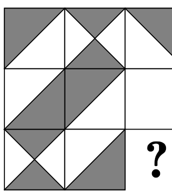
9. Die kleine Hexe nahm an einem Flugbesenwettbewerb teil, der aus 5 Runden bestand. Die Zeiten, an denen sie die Startlinie überflog, sind in der folgenden Tabelle zu sehen. In welcher Runde war sie am schnellsten?

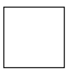
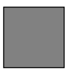
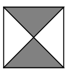
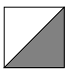
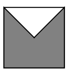
	Zeit
Start	09:55
nach Runde 1	10:26
nach Runde 2	10:54
nach Runde 3	11:28
nach Runde 4	12:03
nach Runde 5	12:32

(A) in der ersten **(B) in der zweiten** (C) in der dritten
(D) in der vierten (E) in der fünften

Die kleine Hexe benötigt 31 min für Runde 1, 28 min für Runde 2, 34 min für Runde 3, 35 min für Runde 4 und schließlich 29 min für die letzte Runde. Sie war also in der zweiten Runde am schnellsten.

10. Durch welches Quadrat muss man das Fragezeichen ersetzen, damit die weiße Fläche und die schwarze Fläche gleich groß werden?



(A)  **(B)**  (C)  (D)  (E) 

In jedem der Quadrate außer dem weißen Quadrat, ist jeweils die Hälfte der Fläche weiß bzw. schwarz. Somit muss das Fragezeichen durch das schwarze Quadrat ersetzt werden.

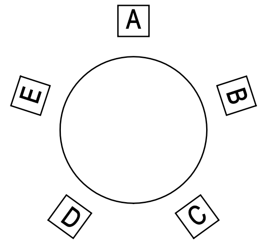
11. Auf einem Ferienlager essen 7 Kinder jeden Tag Eis, 9 essen jeden zweiten Tag Eis. Die übrigen Kinder essen überhaupt kein Eis. Gestern aßen 13 Kinder Eis. Wie viele Kinder werden heute Eis essen?

(A) 7 (B) 8 (C) 9 **(D) 10** (E) 11

Unter den 13 Kindern, die gestern Eis aßen, sind auf jeden Fall die 7 Kinder, die jeden Tag Eis essen. Dazu kommen noch $13 - 7 = 6$ der 9 Kinder, die nur jeden zweiten Tag Eis essen. Diese 6 Kinder essen also heute kein Eis. Somit essen heute $7 + (9 - 6) = 10$ Kinder Eis.

12. Die Kängurus A, B, C, D und E sitzen in dieser Reihenfolge im Uhrzeigersinn um einen runden Tisch. Nach einem Glockenton tauschen bis auf ein Känguru alle die Plätze mit einem Nachbarn. Danach sitzen sie in folgender Reihenfolge im Uhrzeigersinn: A, E, B, D, C.

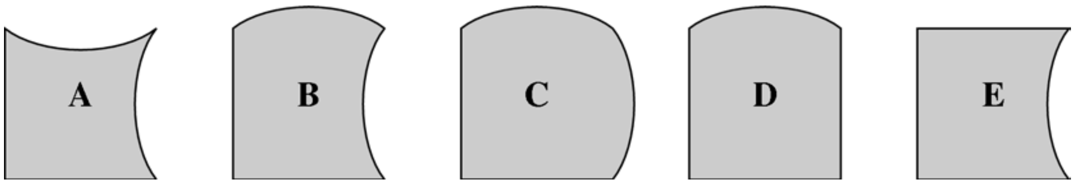
Welches Känguru hat den Platz nicht getauscht?



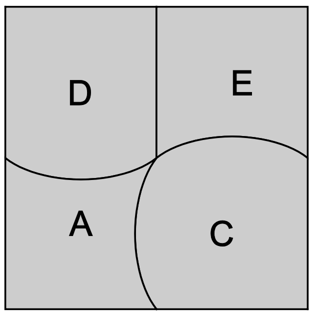
(A) A **(B) B** (C) C (D) D (E) E

Zuerst sitzen die Kängurus E und A in dieser Reihenfolge im Uhrzeigersinn nebeneinander. Nach dem Glockenschlag sitzen die beiden in umgekehrter Reihenfolge. Sie müssen also ihre Plätze getauscht haben. Dasselbe gilt für Kängurus C und D. Nur das Känguru B hat seinen Platz beibehalten.

13. Aus vier der vorgegebenen Teile kann ein Quadrat gebaut werden. Welcher Teil wird dabei nicht verwendet?



(A) A(B) B (C) C (D) D (E) E



14. Werden die drei Ziffern einer dreistelligen Zahl miteinander multipliziert, so erhält man 135. Welches Ergebnis liefert die Addition der drei Ziffern?

(A) 14 (B) 15 (C) 16 **(D) 17** (E) 18

Es gilt $135 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$. Da $3 \cdot 5 > 9$ und somit keine Ziffer ist, sind die drei Ziffern 3, 5, 9 eindeutig bestimmt. Addiert man diese drei Ziffern, so erhält man 17.

15. In einem Restaurant gibt es 16 Tische mit entweder 3, 4 oder 6 Stühlen. An den Tischen mit 3 oder 4 Stühlen können insgesamt 36 Gäste sitzen. Das Restaurant hat für 72 Gäste Platz. An wie vielen Tischen stehen 3 Stühle?

(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 8

Auf den 6-er Tischen haben $72 - 36 = 36$ Gäste Platz. Es gibt also $36 : 6 = 6$ dieser Tische und somit noch 10 Tische mit 3 oder 4 Stühlen. Nun berechnet man die Summe der Gäste an diesen 10 Tischen für die Möglichkeiten an 3-er Tischen:

Anzahl 3-er Tische	Anzahl 4-er Tische	Summe Gäste
4	6	$4 \cdot 3 + 6 \cdot 4 = 36$
5	5	35
6	4	34
7	3	33
8	2	32

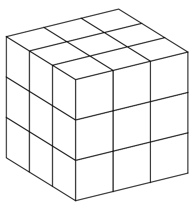
Nur im ersten Fall haben die angegebenen 36 Personen an den 10 Tischen Platz. Es gibt also 4 Tische mit 3 Stühlen.

16. Die Punkte A, B, C, D, E, F liegen in dieser Reihenfolge auf einer Geraden. Es sind die Längen der Strecken $AF = 35$, $AC = 12$, $BD = 11$, $CE = 12$ und $DF = 16$ bekannt.
Wie lang ist die Strecke BE?
(A) 13 (B) 14 (C) 15 **(D) 16** (E) 17
Die Länge der Strecke EF können wir bestimmen, indem wir von der Länge der Strecke AF die beiden Längen AC und CE abziehen. Wir erhalten $EF = 35 - 12 - 12 = 11$. Da wir wissen, dass $BD = 11$ und $DF = 16$ gilt, können wir EF von der Summe abziehen um BE zu erhalten. Es gilt also:
$BE = BD + DF - \mathrm{EF} = 11 + 16 - 11 = 16$.

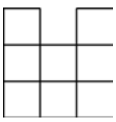
- 5 Punkte Beispiele -

17. Lea spielt mit ihren Murmeln. Sie legt diese in kleinen Gruppen auf den Tisch. Legt sie Dreiergruppen, bleiben ihr zwei Murmeln übrig. Legt sie Fünfergruppen, bleiben ihr auch zwei übrig. Wie viele Murmeln braucht Lea zusätzlich, damit sie die Murmeln sowohl in Dreiergruppen als auch in Fünfergruppen legen kann, und keine Murmel übrig bleibt?
(A) 3 (B) 1 (C) 4 (D) 10 **(E) 13**
Wenn Lea ihre Murmeln sowohl in Dreiergruppen als auch in Fünfergruppen aufteilen kann, ohne dass eine Murmel übrig bleibt, dann ist die Anzahl ihrer Murmeln ein Vielfaches von 3 und ein Vielfaches von 5. Die Anzahl ist dann auch ein Vielfaches von 15. Sie kann also ihre Murmeln auch in 15-er Gruppen aufteilen.
Somit kann sie die ursprüngliche Anzahl an Murmeln in 15-er Gruppen aufteilen, sodass ebenfalls 2 Murmeln übrig bleiben. Nimmt sie 13 Murmeln dazu, kann sie alle Murmeln in 15-er Gruppen aufteilen und es bleibt keine Murmel übrig.

18. Die Flächen eines Würfels werden mit den Zahlen 1, 2, 3, 4, 5 und 6 bezeichnet. Die Flächen 1 und 6 haben eine gemeinsame Kante. Das gleiche gilt auch für die Flächen 1 und 5, die Flächen 1 und 2, die Flächen 6 und 5, die Flächen 6 und 4, und für die Flächen 6 und 2. Welche Zahl bezeichnet die Fläche, die der Fläche 4 gegenüber liegt?
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 5 (E) 6
Die Fläche 6 hat gemeinsame Kanten mit den Flächen 1, 2, 4 und 5. Die Fläche 3 muss ebenfalls mit vier Flächen eine Kante gemeinsam haben. Dies müssen die Flächen 1, 2, 4 und 5 sein (die Fläche 6 hat schon alle Kanten fixiert). Nun wissen wir aber auch alle Flächen, die mit der Fläche 1 eine gemeinsame Kante haben, nämlich 2, 3, 5 und 6 und damit liegt die Fläche 1 gegenüber von 4.



19. Der $3 \times 3 \times 3$ Würfel besteht aus 27 kleinen Würfeln. Von den kleinen Würfeln werden einige weggenommen. Betrachtet man nun den Würfel von rechts, von oben oder von vorne, sieht man Folgendes:



Wie viele kleine Würfel wurden weggenommen?

(A) 1 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7

Von den oberen 9 Würfeln wurde das Kreuz in der Mitte weggenommen. Das sind 5 Würfel. Zusätzlich wurden noch die Würfel der hinteren, mittleren Reihe entfernt. Davon waren aber nur mehr zwei Würfel übrig. Somit wurden 7 Würfel weggenommen.

20. Auf einem MP3-Player gibt es 5 Songs: Der Song A dauert 3 min, Song B 2 min 30 s, Song C 2 min, Song D 1 min 30 s, und Song E 4 min. Diese 5 Songs werden hintereinander ununterbrochen gespielt. Der Song C spielte gerade, als Andy das Haus verließ. Genau eine Stunde später kehrte er zurück. Welcher Song spielte gerade, als Andy nach Hause kam?

(A) A (B) B (C) C (D) D (E) E

Insgesamt dauern die 5 Songs 13 min. Nach vier kompletten Durchläufen sind 52 min vergangen, es läuft wieder der Song C. Der Song C dauert noch zwischen 0 s und 2 min. Die Songs C, D und E dauern zusammen noch zwischen 5 min 30 s und 7 min 30 s.
Mit den vier kompletten Durchläufen sind also nach dem Song E zwischen 57 min 30 s und 59 min 30 s vergangen. Da der nächste Song (Song A) 3 min dauert, läuft nach genau einer Stunde sicher Song A.

21. Daniela füllt eine 3×3 Tabelle mit allen Ziffern von 1 bis 9 so aus, dass jedes Feld nur eine Ziffer enthält. Sie hat bereits die Ziffern 1, 2, 3 und 4 in die Tabelle, wie in der Abbildung zu sehen, eingetragen. Zwei Zahlen gelten als "benachbart", wenn die Felder, in denen sie stehen, eine Seite gemeinsam haben.

1		3
2		4

Nachdem sie die Tabelle fertig ausgefüllt hat, bemerkt sie: Die Summe der benachbarten Zahlen von 5 beträgt 9. Wie groß ist die Summe der benachbarten Zahlen von 6?

(A) 14 (B) 15 (C) 17 (D) 28 **(E) 29**

Die Ziffer 5 kann nicht im mittleren Feld stehen, denn dann wäre die Summe der benachbarten Zahlen 6 + 7 + 8 + 9 > 9. Die Ziffer 5 steht daher in einem der anderen zu füllenden Felder und ist mit genau einer der Zahlen 6, 7, 8 oder 9 benachbart, diese Zahl steht dann im mittleren Feld. Da die Summe der zu 5 benachbarten Ziffern 9 beträgt, kann 5 nur mit 1, 2 und 6 benachbart sein. Die Ziffer 6 ist daher mit 5, 7, 8 und 9 benachbart. Die Summe dieser Zahlen beträgt daher 29.

22. Der König reist mit seinen Boten mit einer Geschwindigkeit von 5 km/h von seiner Burg zu seinem Sommerpalast. Jede Stunde sendet er einen Boten, der mit einer Geschwindigkeit von 10 km/h unterwegs ist, zurück zur Burg. In welchem zeitlichen Abstand treffen zwei aufeinanderfolgende Boten in der Burg ein?

(A) 30 min (B) 60 min (C) 75 min **(D) 90 min** (E) 120 min

Wenn der König einen Boten ausschickt, hat er seit der letzten Sendung 5 km zurückgelegt. Der vorige Bote ist in der Zwischenzeit 10 km in die entgegengesetzte Richtung gelaufen. Zwei aufeianderfolgende Boten haben also einen Abstand von 15 km. Erreicht ein Bote die Burg, ist der andere eben diese 15 km von der Burg entfernt. Da er mit 10 km/h unterweg ist, benötigt er 1 h und 30 min, um die Burg zu erreichen.

23. Mia schrieb drei einstellige Zahlen an die Tafel. Ali addierte sie und erhielt 15. Danach löschte er eine der drei Zahlen weg und ersetzte sie durch die Zahl 3. Resi multiplizierte diese drei Zahlen und erhielt 36. Welche Zahlen könnte Ali gelöscht haben?

(A) entweder 6 oder 7 **(B) entweder 7 oder 8** (C) nur 6 (D) nur 7 (E) nur 8

Resi erhielt als Produkt von drei Ziffern 36. Da 36 = 2 · 2 · 3 · 3, können die Ziffern auf der Tafel 3, 3, 4 oder 2, 3, 6 sein. Bevor Ali eine Zahl durch 3 ersetzt hat, standen also 3, 4 und eine weitere Ziffer, oder 2, 6 und eine weitere Ziffer an der Tafel.
Ali erhielt als Summe der drei Ziffern die Zahl 15. Die dritte Ziffer war also 15 – 3 – 4 = 8 oder 15 – 2 – 6 = 7.

24. Oma verschenkt 180 Murmeln an ihre zehn Enkel. Kein Kind bekommt gleich viele Murmeln wie ein anderes. Anna bekommt am meisten. Wie viele Murmeln bekommt Anna mindestens?

(A) 19 (B) 20 (C) 21 (D) 22 **(E) 23**

Wenn Anna 22 Murmeln bekommt, dann bekommen die anderen Enkel höchstens 21, 20, 19, 18, 17, 16, 15, 14 bzw. 13 Murmeln. Dann hätte die Oma aber höchstens 22 + 21 + 20 + 19 + 18 + 17 + 16 + 15 + 14 + 13 = 175 Murmeln verteilt. Anna bekommt also sicher mehr als 22 Murmeln.
Wenn sie 23 Murmeln bekommt, dann könnten die anderen Enkel zum Beispiel 22, 21, 20, 19, 17, 16, 15, 14 bzw. 13 Murmeln bekommen (23 + 22 + 21 + 20 + 19 + 17 + 16 + 15 + 14 + 13 = 180).
Anna bekommt also mindestens 23 Murmeln.