KÄNGURU DER MATHEMATIK 2013
21.3.2013

Kategorie: Junior, Schulstufe: 9-10

Name:	
Schule:	
Klasse:	

Arbeitszeit: 75 min.
jede richtige Antwort Beispiel 1.-10.: 3 Punkte
jede richtige Antwort Beispiel 11.-20.: 4 Punkte
jede richtige Antwort Beispiel 21.-30.: 5 Punkte
jede Frage ohne Antwort: 0 Punkte
jede falsche Antwort: Abzug von ¼ der erreichbaren Punkte
dazu 30 Basispunkte

Bitte die Buchstaben (A, B, C, D, E) der richtigen Antwort unter die Nummer des Beispiels (1 bis 30) leserlich und eindeutig schreiben!

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

21	22	23	24	25	26	27	28	29	30

Information über den Känguruwettbewerb: www.kaenguru.at
Wenn Du mehr in dieser Richtung machen möchtest, gibt es die Österreichische Mathematikolympiade; Infos unter: www.oemo.at

Ich melde mich zur Teilnahme zum österreichischen Wettbewerb „Känguru der Mathematik 2013“ an.
Ich stimme zu, dass meine personenbezogenen Daten, nämlich Vor- und Zuname, Geschlecht, Klasse, Schulstufe, Schulstandort und Schulart zum Zweck der Organisation und Durchführung des Wettbewerbs, der Auswertung der Wettbewerbsergebnisse (Ermitteln der erreichten Punkte und Prozentzahlen), des Erstellens von landes- sowie österreichweiten Reihungen, der Veröffentlichung der Ergebnisse jener Schülerinnen und Schüler, die in ihrer Kategorie zumindest 50% der zu vergebenden Punkte erreicht haben sowie des Ermöglichens von Vergleichen mit eigenen Leistungen aus vorherigen Wettbewerbsperioden auf www.kaenguru.at verwendet werden.
Die Verwendung dieser Daten ist bis 31. Dezember 2015 gestattet. Diese Zustimmung kann ich gemäß § 8 Abs. 1 Z 2 DSG 2000 ohne Begründung jederzeit schriftlich bei webmaster@kaenguru.at widerrufen, unter Angabe folgender Informationen zur Identifizierung: Vor- und Zuname des Teilnehmers sowie des Erziehungsberechtigten, der die Zustimmung erteilt hat, Schulstufe und Schule (genaue Adresse), Jahr des Wettbewerbs. Nach dem 31. Dezember 2015 werden Vor- und Zuname, die Klasse und der Schulstandort gelöscht, wobei das zuletzt genannte Datum durch die Angabe des Bundeslandes ersetzt wird. Die Verwendung der auf diese Art pseudonymisierten Daten ist nur mehr für statistische Zwecke auf der Grundlage von § 46 Abs. 1 Z 3 DSG 2000 erlaubt.

Unterschrift:

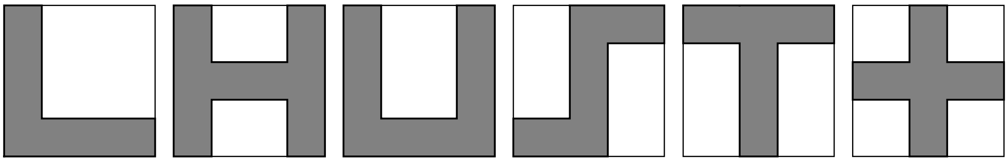
Känguru der Mathematik 2013
Gruppe Junior (9.-10. Schulstufe)
Österreich - 21.3.2013

- 3 Punkte Beispiele -

1) Welche Zahl ist kein Teiler von 200013 – 2013?

(A) 2 (B) 3 (C) 5 (D) 7 (E) 11

2) Maria hat sechs gleich große quadratische Zeichenblätter. Auf jedes Blatt zeichnet sie jeweils eine der dargestellten Figuren. Wie viele dieser Figuren haben den gleichen Umfang wie ein solches Zeichenblatt?



(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

Maiskolben im Sonderangebot!
1 Maiskolben 20 Cent
Jeder 6. Kolben gratis!

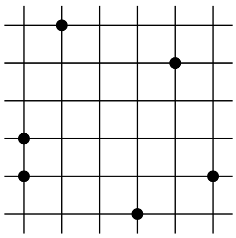
3) Frau Maisl kauft für jedes Mitglied ihrer vierköpfigen Familie vier Maiskolben und erhält den angebotenen Rabatt. Wie viel bezahlt sie?

(A) 0,80 € (B) 1,20 € (C) 2,80 € (D) 3,20 € (E) 80 €

4) Das Produkt von drei der Zahlen 2, 4, 16, 25, 50, 125 ist 1000. Wie groß ist die Summe dieser drei Zahlen?

(A) 70 (B) 77 (C) 131 (D) 143 (E) 177

5) In einem quadratischen Gitter aus lauter Einheitsquadraten sind sechs Punkte wie in der Abbildung gekennzeichnet. Drei davon bilden ein Dreieck mit kleinster Fläche. Wie groß ist dieser kleinste Flächeninhalt?

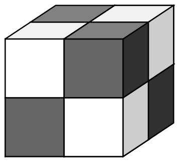


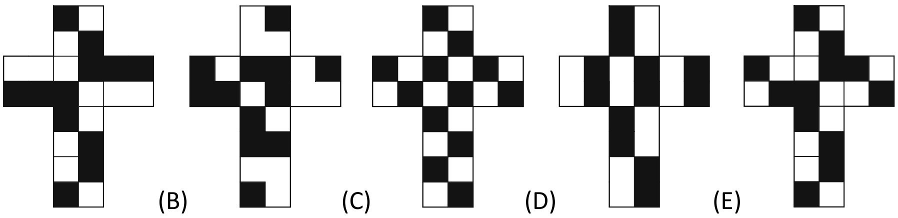
(A) 1/2 (B) 1/3 (C) 1/4 (D) 1 (E) 2

6) Wenn man 4^{15} und 8^{10} addiert, erhält man eine Zahl, die eine Zweierpotenz ist. Bestimme diese Zahl!

(A) 2^{10} (B) 2^{15} (C) 2^{20} (D) 2^{30} (E) 2^{31}

7) Ein Würfel ist bemalt, als wäre er aus vier weißen und vier schwarzen Würfeln zusammengesetzt, wobei keine gleichfarbigen Würfel nebeneinander liegen (siehe Abbildung). Welche der folgenden Figuren ist ein mögliches Netz dieses bemalten Würfels?



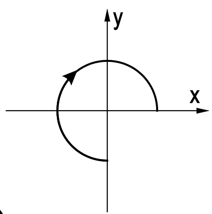


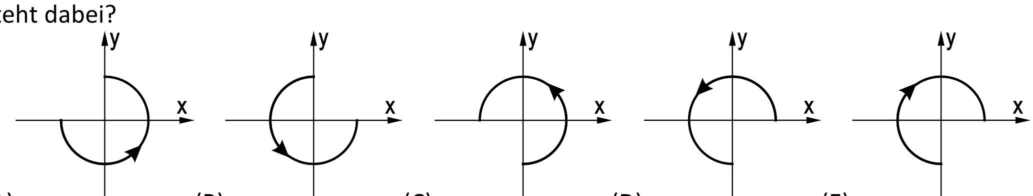
(A) (B) (C) (D) (E)

8) Die Zahl n ist die größte natürliche Zahl, für die 4n dreistellig ist, und m ist die kleinste natürliche Zahl, für die 4m dreistellig ist. Welchen Wert hat 4n – 4m?

(A) 900 (B) 899 (C) 896 (D) 225 (E) 224

9) In der Zeichnung sehen wir einen Dreiviertelkreis mit Mittelpunkt M und eingezeichnetem Orientierungspfeil. Dieser Dreiviertelkreis wird zuerst um 90° gegen den Uhrzeigersinn um M gedreht und dann an der x – Achse gespiegelt. Welches Bild entsteht dabei?



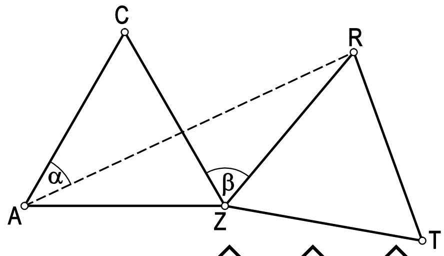


(A) (B) (C) (D) (E)

10) Welche der folgenden Zahlen ist die größte?

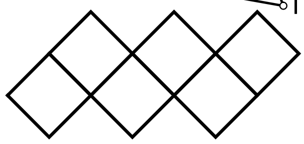
(A) $\sqrt{20}\cdot\sqrt{13}$ (B) $\sqrt{20}\cdot 13$ (C) $20\cdot\sqrt{13}$ (D) $\sqrt{201}\cdot 3$ (E) $\sqrt{2013}$

- 4 Punkte Beispiele -



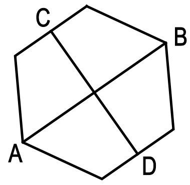
11) Das Dreieck RZT entsteht durch Drehung des gleichseitigen Dreiecks AZC um den Punkt Z. Es gilt $\beta = \angle CZR = 70°$. Bestimme den Winkel $\alpha = \angle CAR$.

(A) 20° (B) 25° (C) 30° (D) 35° (E) 40°



12) Nebenstehende Figur besteht aus sechs Einheitsquadraten. Ihr Umfang beträgt 14 cm. An diese Figur werden so lange auf gleiche Art Quadrate angehängt, bis sie aus 2013 Einheitsquadraten besteht (zick-zack: abwechselnd rechts unten und oben). Wie groß ist der Umfang der so entstandenen Figur?

(A) 2022 (B) 4028 (C) 4032 (D) 6038 (E) 8050

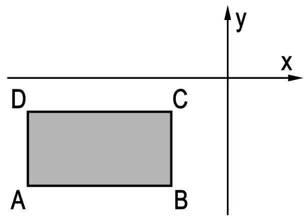


13) A und B sind gegenüberliegende Eckpunkte eines regelmäßigen Sechsecks, die Punkte C und D sind die Mittelpunkte zweier gegenüberliegender Seiten. Der Flächeninhalt des regelmäßigen Sechsecks ist 60. Bestimme das Produkt der Längen der Strecken AB und CD!

(A) 40 (B) 50 (C) 60 (D) 80 (E) 100

14) In einer Klasse wurde ein Test geschrieben. Wenn jeder Knabe um 3 Punkte mehr erreicht hätte, wäre der Punktedurchschnitt um 1,2 Punkte höher als jetzt. Wie viel Prozent der Kinder dieser Klasse sind Mädchen?

(A) 20% (B) 30% (C) 40% (D) 60% (E) Es ist zu wenig Information bekannt um dies zu bestimmen.

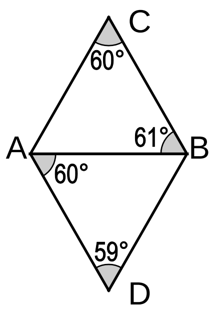


15) Die Seiten des Rechtecks ABCD sind parallel zu den Koordinatenachsen. Das Rechteck liegt unterhalb der x-Achse und links der y-Achse, wie in der Abbildung zu sehen ist. Für jeden dieser Punkte A, B, C, D wird der Quotient (y-Koordinate):(x-Koordinate) gebildet.
Für welchen Punkt erhält man den kleinsten Quotienten?

(A) A (B) B (C) C (D) D
(E) Es hängt von der Position des Rechtecks und von seinen Seitenlängen ab.

16) Hans und sein Sohn haben heute Geburtstag. Hans multipliziert sein Alter mit dem Alter seines Sohnes und erhält 2013. In welchem Jahr wurde Hans geboren?

(A) 1952 (B) 1953 (C) 1981 (D) 1982
(E) Es ist mehr Information notwendig um die Frage beantworten zu können.

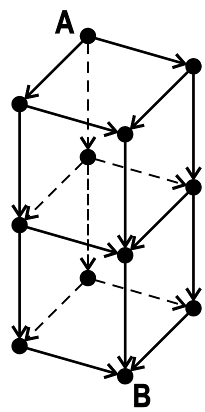


17) Tarzan wollte aus zwei gleichseitigen Dreiecken einen Rhombus zeichnen. Er hat die Strecken ungenau aufgetragen. Als Jane die vier eingezeichneten Winkel nachmisst, stellt sie fest, dass sie nicht gleich groß sind (siehe Zeichnung). Welche der fünf eingezeichneten Strecken in dieser Figur ist die längste?

(A) AD (B) AC (C) AB (D) BC (E) BD

18) Fünf aufeinanderfolgende positive ganze Zahlen haben folgende Eigenschaft: Die Summe von drei dieser Zahlen ist gleich groß wie die Summe der beiden anderen. Wie viele Mengen mit 5 solchen Zahlen gibt es?

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) mehr als 3



19) Wie viele verschiedene Möglichkeiten gibt es, in der dargestellten Figur von Punkt A zu Punkt B zu gelangen, wenn man sich nur in Pfeilrichtung bewegen darf?

(A) 6 (B) 8 (C) 9 (D) 12 (E) 15

20) Gegeben ist eine sechsstellige Zahl, deren Ziffernsumme gerade und deren Ziffernprodukt ungerade ist. Welche der folgenden Behauptungen gilt für diese Zahl?

(A) Zwei oder vier Ziffern dieser Zahl sind gerade.
(B) Eine solche Zahl gibt es nicht.
(C) Die Anzahl der ungeraden Ziffern dieser Zahl ist ungerade.
(D) Die Zahl kann aus 6 verschiedenen Ziffern bestehen.
(E) Keine der Behauptungen (A) – (D) trifft zu.

- 5 Punkte Beispiele -

21) Wie viele Nachkommastellen sind nötig, um die Zahl $\frac{1}{1024000}$ als Dezimalzahl darzustellen?

(A) 10 (B) 12 (C) 13 (D) 14 (E) 1024000

22) Die Jahreszahl 2013 ist aus den vier aufeinanderfolgenden Ziffern 0, 1, 2, 3 aufgebaut. Wie viele Jahre vor dem Jahr 2013 war die Jahreszahl zum letzten Mal aus vier aufeinanderfolgenden Ziffern aufgebaut?

(A) 467 (B) 527 (C) 581 (D) 693 (E) 990

23) Wir betrachten Rechtecke, bei denen eine Seite 5,0 cm lang ist. Unter ihnen gibt es welche, die man so zerschneiden kann, dass man ein Quadrat und ein Rechteck erhält, wobei einer der beiden Teile den Flächeninhalt 4,0 cm² hat. Wie viele derartige Rechtecke gibt es?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

24) "Summenänderung" nennen wir jenen Vorgang, bei dem in einer Menge von drei Zahlen jede Zahl durch die Summe der beiden anderen ersetzt wird. So entsteht etwa aus {3, 4, 6} die Menge {10, 9, 7} und daraus wiederum {16, 17, 19}. Ausgangspunkt sei nun die Menge {1, 2, 3}. Wie viele solche Summenänderungen braucht man, damit 2013 in der Menge auftritt?

(A) 8 (B) 9 (C) 10 (D) 2013 kommt öfter vor. (E) 2013 kommt niemals vor.

25) Es sei Q die Anzahl der Quadratzahlen unter den natürlichen Zahlen von 1 bis 2013^6 und K die Anzahl der dritten Potenzen (Kubikzahlen) unter den natürlichen Zahlen von 1 bis 2013^6. Dann gilt:

(A) $Q = 2013 \cdot K$ (B) $2Q = 3K$ (C) $3Q = 2K$ (D) $Q = K$ (E) $Q^3 = K^2$

26) Mit den Zahlen 1, 2, 3, …, 22 werden 11 Brüche $\frac{a}{b}$ gebildet, wobei jede Zahl genau einmal verwendet wird. Wie viele Brüche mit ganzzahligen Werten kann man dabei höchstens erhalten?

(A) 11 (B) 10 (C) 9 (D) 8 (E) 7

27) Je drei Eckpunkte eines regelmäßigen 13-Ecks werden zu einem Dreieck verbunden. Bei wie vielen dieser Dreiecke liegt der Umkreismittelpunkt des 13-Ecks innerhalb des Dreiecks?

(A) 72 (B) 85 (C) 91 (D) 100 (E) eine andere Anzahl

28) Ein Auto startet in Punkt A und fährt auf einer geradlinig verlaufenden Straße mit 50 km/h. Nach jeweils einer Stunde verlässt wieder ein Auto Punkt A, dessen Geschwindigkeit um 1 km/h größer ist als die des vorhergehenden. Das letzte Auto verlässt A 50 Stunden nach dem ersten und fährt mit einer Geschwindigkeit von 100 km/h. Wie groß ist die Geschwindigkeit jenes Autos, das 100 Stunden nach dem Start des ersten Autos an vorderster Position fährt?

(A) 50 km/h (B) 66 km/h (C) 75 km/h (D) 84 km/h (E) 100 km/h

29) 100 Bäume (Eichen und Birken) stehen in einer Reihe. Die Anzahl der Bäume zwischen je zwei Eichen ist ungleich 5. Wie viele von den 100 Bäumen können höchstens Eichen sein?

(A) 60 (B) 52 (C) 50 (D) 48 (E) Diese Situation ist nicht möglich.

30. Eine positive ganze Zahl N ist kleiner als die Summe ihrer drei größten echten Teiler (N selbst ist kein echter Teiler von N). Welche der folgenden Aussagen ist wahr?

(A) Alle solchen Zahlen N sind durch 7 teilbar.
(B) Alle solchen Zahlen N sind durch 6 teilbar.
(C) Alle solchen Zahlen N sind durch 5 teilbar.
(D) Alle solchen Zahlen N sind durch 4 teilbar.
(E) Eine solche Zahl N gibt es gar nicht.