

KÄNGURU DER MATHEMATIK 2012

15.3.2012

Kategorie: Junior, Schulstufe: 9 - 10

Name:	
Schule:	
Klasse:	

Arbeitszeit: 75 min.

- jede richtige Antwort Beispiel 1.-10.: 3 Punkte
- jede richtige Antwort Beispiel 11.-20.: 4 Punkte
- jede richtige Antwort Beispiel 21.-30.: 5 Punkte
- jede Frage ohne Antwort: 0 Punkte
- jede falsche Antwort: Abzug von $\frac{1}{4}$ der erreichbaren Punkte dazu 30 Basispunkte



Bitte den Buchstaben (A, B, C, D, E) der richtigen Antwort unter die Nummer des Beispiels (1 bis 30) leserlich und eindeutig schreiben!

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

21	22	23	24	25	26	27	28	29	30

Information über den Känguruwettbewerb: www.kaenguru.at
 Wenn du mehr in dieser Richtung machen möchtest, gibt es die Österreichische Mathematikolympiade; Infos unter: www.oemo.at

Ich melde mich zur Teilnahme zum österreichischen Wettbewerb „Känguru der Mathematik 2012“ an.
 Ich stimme zu, dass meine personenbezogenen Daten, nämlich Vor- und Zuname, Geschlecht, Klasse, Schulstufe, Schulstandort und Schulart zum Zweck der Organisation und Durchführung des Wettbewerbs, der Auswertung der Wettbewerbsergebnisse (Ermitteln der erreichten Punkte und Prozentzahlen), des Erstellens von landes- sowie österreichweiten Reihungen, der Veröffentlichung der Ergebnisse jener Schülerinnen und Schüler, die in ihrer Kategorie zumindest 50% der zu vergebenden Punkte erreicht haben sowie des Ermöglichens von Vergleichen mit eigenen Leistungen aus vorherigen Wettbewerbsperioden auf www.kaenguru.at bzw. <http://kaenguru.diefenbach.at/> verwendet werden.
 Die Verwendung dieser Daten ist bis 31. Dezember 2014 gestattet. Diese Zustimmung kann ich gemäß § 8 Abs. 1 Z 2 DSGVO 2000 ohne Begründung jederzeit schriftlich bei webmaster@kaenguru.at widerrufen.
 Nach dem 31. Dezember 2014 werden Vor- und Zuname, die Klasse und der Schulstandort gelöscht, wobei das zuletzt genannte Datum durch die Angabe des Bundeslandes ersetzt wird. Die Verwendung der auf diese Art pseudonymisierten Daten ist nur mehr für statistische Zwecke auf der Grundlage von § 46 Abs. 1 Z 3 DSGVO 2000 erlaubt.

Unterschrift:

Känguru der Mathematik 2012

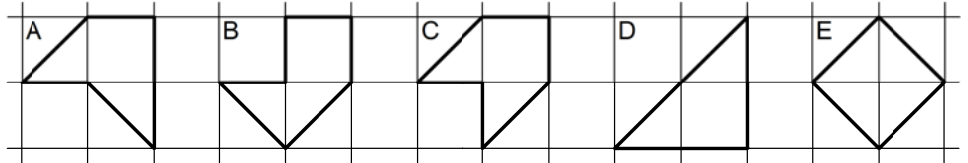
Gruppe Junior (9. und 10. Schulstufe)

Österreich - 15.3.2012



- 3 Punkte Beispiele -

- 1) Welche der nebenstehenden Figuren hat den größten Flächeninhalt?



A) A B) B C) C D) D E) Alle Figuren haben denselben Flächeninhalt.

- 2) $11,111 - 1,1111 =$

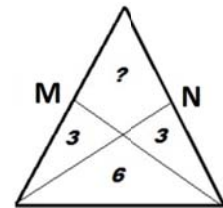
A) 9,0009 B) 9,0909 C) 9,9999 D) 9,999 E) 10

- 3) Eine Armbanduhr liegt mit dem Ziffernblatt nach oben auf einem Tisch. Der Minutenzeiger zeigt nach Nord-Osten. Wie viele Minuten vergehen, bis der Minutenzeiger zum ersten Mal nach Nord-Westen zeigt?

A) 45 B) 40 C) 30 D) 20 E) 15

- 4) M und N sind die Mittelpunkte der Schenkel eines gleichschenkeligen Dreiecks. Wie groß ist die Fläche des mit ? gekennzeichneten Vierecks?

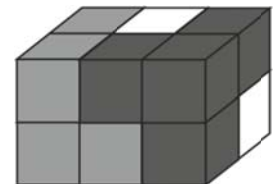
A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7



- 5) Zur Zahl 6 addieren wir 3. Die Summe multiplizieren wir mit 2 und addieren dann 1. Das Ergebnis dieser Rechnung ist

A) 27 B) 7 C) 18 D) 20 E) 19

- 6) Ein Quader besteht aus 3 Teilen (siehe Zeichnung). Jeder dieser Teile besteht aus 4 Würfeln derselben Farbe. Wie sieht der weiße Teil aus?



- 7) Die Ziffernsumme einer siebenstelligen Zahl beträgt 6. Wie groß ist das Produkt ihrer Ziffern?

A) 0 B) 6 C) 7 D) $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7$ E) 5

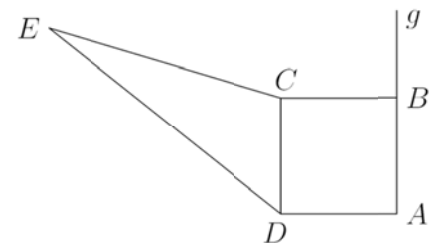
- 8) ABC ist ein rechtwinkeliges Dreieck mit den Katheten 6 cm und 8 cm. K, L, M sind die Seitenmittelpunkte des Dreiecks ABC.

Wie groß ist der Umfang des Dreiecks KLM?

A) 10 cm B) 12 cm C) 15 cm D) 20 cm E) 24 cm

- 9) Das Quadrat ABCD mit Seitenlänge 4 cm hat dieselbe Fläche wie das Dreieck ECD. Welchen Abstand hat der Punkt E von der Geraden g?

A) 8 cm B) $(4 + 2\sqrt{3})$ cm C) 12 cm
D) $10 \cdot \sqrt{2}$ cm E) Das hängt von der Lage von E ab.



- 10) Alice und Bob senden einander Geheimbotschaften, bei denen sie für die Verschlüsselung folgendes System verwenden: Zuerst wird jedem Buchstaben eine Zahl zugeordnet: A = 1, B = 2, C = 3, ... Z = 26. Danach wird die dem Buchstaben zugeordnete Zahl verdoppelt, dann 9 addiert. Bob erhält eine Botschaft, die mit der Zahlenfolge 19 - 37 - 48 - 19 - ... beginnt. Welche Botschaft hat Alice an Bob gesandt?

A) ENDE... B) ENTE... C) ERNA... D) ERDE... E) Alice machte einen Fehler.

- 4 Punkte Beispiele -

11) Ersetzt man in vier der folgenden fünf Ausdrücke die Zahl 8 durch eine andere positive Zahl, erhält man trotzdem das ursprüngliche Ergebnis. Für welchen Ausdruck gilt das nicht?

- A) $(8 + 8 - 8) : 8$ B) $8 + (8 : 8) - 8$ C) $8 : (8 + 8 + 8)$
 D) $8 - (8 : 8) + 8$ E) $8 \cdot (8 : 8) : 8$

12) Wenn Adam auf einem Tisch steht und Mike am Boden, ist Adam um 80 cm größer als Mike. Wenn Mike auf diesem Tisch steht und Adam am Boden, ist Mike um einen Meter größer als Adam. Wie hoch ist der Tisch?

- A) 20 cm B) 80 cm C) 90 cm D) 100 cm E) 120 cm

13) Die Zahlen 144 und 220 haben bei Division durch dieselbe positive ganze Zahl x denselben Rest 11. Bestimme x .

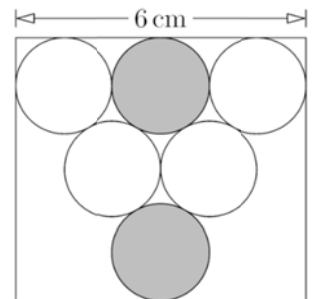
- A) 7 B) 11 C) 15 D) 19 E) 38

14) Tom und Mary spielen mit einer Münze: Wenn "Kopf" geworfen wird, gewinnt Mary, und Tom muss ihr zwei Bonbons geben. Zeigt die Münze nach einem Wurf "Zahl", gewinnt Tom, und Mary muss ihm drei Bonbons geben. Nach 30 Würfen haben beide gleich viele Bonbons wie vor dem Spiel. Wie oft hat Tom gewonnen?

- A) 6 B) 12 C) 18 D) 24 E) 30

15) Eine der beiden Seitenlängen eines Rechtecks beträgt 6 cm. Diesem Rechteck werden einander berührende Kreise, deren Mittelpunkte ein gleichseitiges Dreieck bilden, eingeschrieben. Wie lang ist der kürzeste Abstand zwischen den beiden grauen Kreisen (in cm)?

- A) 1 B) $\sqrt{2}$ C) $2\sqrt{3} - 2$ D) $\frac{\pi}{2}$ E) 2

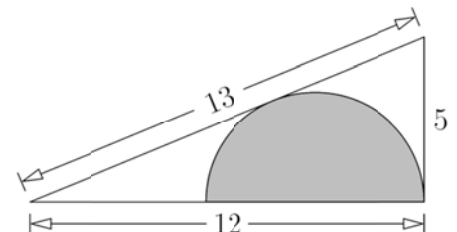


16) An den vier Wänden in Billys Zimmer hängt je eine korrekt funktionierende Uhr, die aber entweder vor- oder nachgeht. Die erste Uhr geht 2 Minuten falsch, die zweite 3 Minuten, die dritte 4 Minuten und die vierte 5 Minuten. Billy will wissen, wie spät es ist, und sieht folgende Uhrzeiten: 6 Minuten vor 3, 3 Minuten vor 3, 2 Minuten nach 3 und 3 Minuten nach 3 Uhr. Wie spät ist es wirklich?

- A) 3:00 B) 2:57 C) 2:58 D) 2:59 E) 3:01

17) Die Figur zeigt ein rechtwinkeliges Dreieck mit den Seitenlängen 5, 12 und 13. Wie groß ist der Radius des eingeschriebenen Halbkreises?

- A) $7/3$ B) $10/3$ C) $12/3$ D) $13/3$ E) $17/3$



18) Wie viele Zahlen von 1000 bis 9999 mit der Hunderterziffer 3 gibt es, für die die Summe der übrigen drei Ziffern ebenfalls 3 ist?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

19) In jedes der 12 Felder der Tabelle soll eine Zahl von 1 bis 9 so geschrieben werden, dass die Summe der Zahlen in jeder Spalte dieselbe ist. Auch die Summe der Zahlen in jeder Zeile ist stets dieselbe. Einige Zahlen sind schon eingetragen. Welche Zahl gehört in das grau gefärbte Feld?

- A) 1 B) 4 C) 6 D) 8 E) 9

2	4		2
	3	3	
6		1	

20) Die Läufer Kan, Gu und Ru sind Favoriten der Marathonmeisterschaft. Vor dem Rennen geben vier Experten ihre Prognosen für den Ausgang des Rennens ab.

- Experte 1: "Entweder Kan oder Gu wird siegen."
 Experte 2: "Wenn Gu Zweiter wird, gewinnt Ru."
 Experte 3: "Wenn Gu Dritter wird, gewinnt nicht Kan."
 Experte 4: "Entweder Gu oder Ru wird Zweiter."

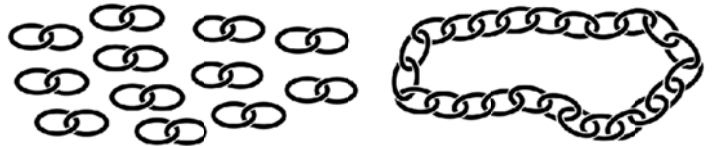
Nach dem Rennen stellt sich heraus, dass alle vier Vorhersagen richtig waren. In welcher Reihenfolge beenden die Favoriten das Rennen?

- A) Kan, Gu, Ru B) Kan, Ru, Gu C) Ru, Gu, Kan D) Gu, Ru, Kan E) Gu, Kan, Ru

- 5 Punkte Beispiele -

- 21) Zwei Seiten eines Vierecks haben die Längen 1 und 4. Eine der Diagonalen hat die Länge 2 und teilt das Viereck in zwei gleichschenkelige Dreiecke. Wie groß ist der Umfang des Vierecks?
 A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

- 22) Ein Goldschmied hat 12 zweigliedrige Stücke einer Kette. Er möchte daraus eine einzige 24-gliedrige geschlossene Kette zusammensetzen. Wie viele Kettenglieder muss er dafür mindestens öffnen (und danach wieder schließen)?

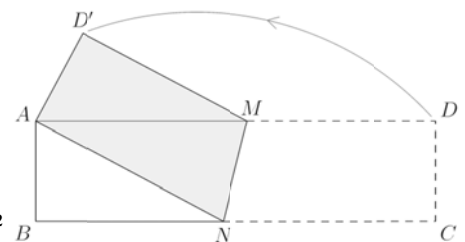


- A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

- 23) Peter schreibt die Zahl 2012 in der Form $2012 = m^m(m^k - k)$ mit natürlichen Zahlen für m und k . Wie groß ist k ?
 A) 2 B) 3 C) 4 D) 9 E) 11

- 24) Die letzte von 0 verschiedene Ziffer von $K = 2^{59} \cdot 3^4 \cdot 5^{53}$ ist
 A) 1 B) 2 C) 4 D) 6 E) 9

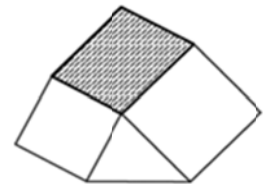
- 25) Ein Rechteck ABCD aus Papier mit den Maßen 16 cm mal 4 cm wird entlang der Strecke MN so gefaltet, dass C mit A zusammenfällt. Welche Fläche hat das Fünfeck ABNMD'?



- A) 17 cm² B) 27 cm² C) 37 cm² D) 47 cm² E) 57 cm²

- 26) Zug G passiert einen Kilometerstein in 8 Sekunden. Bald danach begegnet er Zug H. Es dauert 9 Sekunden, bis die Züge aneinander vorbeigefahren sind. Schließlich passiert Zug H den Kilometerstein in 12 Sekunden. Was kann man über die Längen der Züge aussagen?
 A) G ist doppelt so lang wie H. B) Sie sind gleich lang. C) H ist um 50 % länger als G.
 D) H ist doppelt so lang wie G. E) Es lässt sich nichts sagen.

- 27) Die abgebildete Figur besteht aus zwei Quadraten mit den Seitenlängen 4 cm beziehungsweise 5 cm, einem Dreieck mit dem Flächeninhalt 8 cm² und dem grau gefärbten Parallelogramm. Wie groß ist die Fläche des Parallelogramms?
 A) 15 cm² B) 16 cm² C) 18 cm² D) 20 cm² E) 21 cm²



- 28) Von 5 Lampen kann jede auf „EIN“ oder auf „AUS“ gestellt werden. Jedes Mal, wenn der Schalter einer der Lampen betätigt wird, ändert sich nicht nur der Zustand dieser Lampe, sondern auch der einer jeweils zufällig bestimmten anderen Lampe. Bei mehreren Betätigungen desselben Schalters ändert sich nicht immer der Zustand derselben anderen Lampe. Anfangs sind alle Lampen auf „AUS“. Danach werden 10 Schaltungen durchgeführt. Danach kann gesagt werden, dass

- A) keinesfalls alle Lampen auf „AUS“ geschaltet sind;
 B) sicher alle Lampen auf „EIN“ geschaltet sind;
 C) keinesfalls alle Lampen auf „EIN“ geschaltet sind;
 D) sicher alle Lampen auf „AUS“ geschaltet sind;
 E) keine der in A) bis D) aufgestellten Behauptungen stimmt.

1							...	
2	3						...	
4	5	6					...	
7	8	9	10				...	
11	12	13	14	15			...	
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
106	107	108	109	110	111	112	...	120

- 29) Die natürlichen Zahlen von 1 bis 120 werden wie in der Abbildung in eine 15-spaltige Tabelle geschrieben. In welcher Spalte (von links gezählt) ist die Summe der Zahlen am größten?
 A) 1 B) 5 C) 7 D) 10 E) 13

- 30) In einem 3×3 Raster werden positive Zahlen so eingesetzt, dass das Produkt der Zahlen jeder Reihe und jeder Spalte jeweils gleich 1 ist. Für jedes 2×2 Raster, das man innerhalb dieses 3×3 Rasters wählen kann, beträgt das Produkt der vier Zahlen stets 2. Welche Zahl steht in der mittleren Zelle des 3×3 Rasters?
 A) 16 B) 8 C) 4 D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{1}{8}$