KÄNGURU DER MATHEMATIK 2011
17.3.2011

Kategorie: Junior, Schulstufe: 9-10

Name:	
Schule:	
Klasse:	

Arbeitszeit: 75 min.
jede richtige Antwort Beispiel 1.-10.: 3 Punkte
jede richtige Antwort Beispiel 11.-20.: 4 Punkte
jede richtige Antwort Beispiel 21.-30.: 5 Punkte
jede Frage ohne Antwort: 0 Punkte
jede falsche Antwort: Abzug von ¼ der erreichbaren Punkte
dazu 30 Basispunkte

Bitte die Buchstaben (A, B, C, D, E) der richtigen Antwort unter die Nummer des Beispiels (1 bis 30) leserlich und eindeutig schreiben!

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

21	22	23	24	25	26	27	28	29	30

Information über den Känguruwettbewerb: www.kaenguru.at
Wenn Du mehr in dieser Richtung machen möchtest, gibt es die Österreichische Mathematikolympiade; Infos unter: www.oemo.at

Ich melde mich zur Teilnahme zum österreichischen Wettbewerb „Känguru der Mathematik 2011“ an.
Ich stimme zu, dass meine personenbezogenen Daten, nämlich Vor- und Zuname, Geschlecht, Klasse, Schulstufe, Schulstandort und Schulart zum Zweck der Organisation und Durchführung des Wettbewerbs, der Auswertung der Wettbewerbsergebnisse (Ermitteln der erreichten Punkte und Prozentzahlen), des Erstellens von landes- sowie österreichweiten Reihungen, der Veröffentlichung der Ergebnisse jener Schülerinnen und Schüler, die in ihrer Kategorie zumindest 50% der zu vergebenden Punkte erreicht haben sowie des Ermöglichens von Vergleichen mit eigenen Leistungen aus vorherigen Wettbewerbsperioden auf www.kaenguru.at. bzw. http://kaenguru.diefenbach.at/ verwendet werden.
Die Verwendung dieser Daten ist bis 31. Dezember 2013 gestattet. Diese Zustimmung kann ich gemäß § 8 Abs. 1 Z 2 DSG 2000 ohne Begründung jederzeit schriftlich bei webmaster@kaenguru.at widerrufen.
Nach dem 31. Dezember 2013 werden Vor- und Zuname, die Klasse und der Schulstandort gelöscht, wobei das zuletzt genannte Datum durch die Angabe des Bundeslandes ersetzt wird. Die Verwendung der auf diese Art pseudonymisierten Daten ist nur mehr für statistische Zwecke auf der Grundlage von § 46 Abs. 1 Z 3 DSG 2000 erlaubt.

Unterschrift:

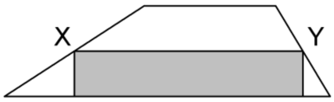
Känguru der Mathematik 2011
Gruppe Junior (9. und 10. Schulstufe)
Österreich - 17.3.2011

- 3 Punkte Beispiele -

1) Ein Zebrastreifen hat abwechselnd weiße und schwarze Streifen der Breite 50 cm. Der erste Streifen ist weiß und der letzte Streifen ist weiß. Der Zebrastreifen vor unserer Schule hat 8 weiße Streifen. Wie breit ist die Straße?

A) 7 m **B)** 7,5 m **C)** 8 m **D)** 8,5m **E)** 9 m

2) Die Fläche des abgebildeten grauen Rechtecks beträgt 13 cm^2. X und Y sind die Mittelpunkte der Trapezseiten. Wie groß ist die Fläche des Trapezes?

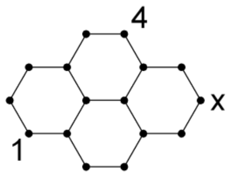


A) 24 cm² **B)** 25 cm² **C)** 26 cm² **D)** 27 cm² **E)** 28 cm²

3) Gegeben sind die Ausdrücke $S_1 = 2\cdot3+3\cdot4+4\cdot5$, $S_2 = 2^2+3^2+4^2$, $S_3 = 1\cdot2+2\cdot3+3\cdot4$. Welche der folgenden Aussagen ist wahr?

A) $S_2 < S_1 < S_3$ **B)** $S_1 < S_2 = S_3$ **C)** $S_1 < S_2 < S_3$ **D)** $S_3 < S_2 < S_1$ **E)** $S_1 = S_2 < S_3$

4) Im Bild soll zu jedem Punkt eine Zahl gesetzt werden. Die Summe der Zahlen an den Endpunkten jeder Sechseckseite soll gleich sein. Zwei Zahlen stehen schon im Bild. Welche Zahl steht an der Stelle des x?



A) 1 **B)** 3 **C)** 4 **D)** 5 **E)** 24

5) Wenn 2011 durch eine bestimmte positive ganze Zahl dividiert wird, bleibt der Rest 1011. Durch welche Zahl wurde dividiert?

A) 100 **B)** 500 **C)** 1000 **D)** eine andere Zahl **E)** Es gibt keine derartige Zahl.

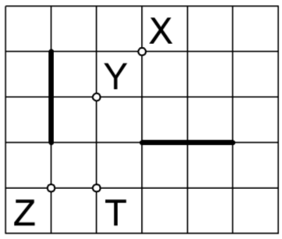
6) Ein Rechteck mit der Fläche 360 cm² wird mit gleich großen quadratischen Fliesen verfliest. Das Rechteck ist 24 cm lang und 5 Fliesen breit. Wie groß ist die Fläche einer Fliese in cm²?

A) 1 **B)** 4 **C)** 9 **D)** 16 **E)** 25

7) Alle vierstelligen Zahlen mit der Ziffernsumme 4 werden der Größenachgeordnet, beginnend mit der größten Zahl. An wievielter Stelle befindet sich die Zahl 2011?

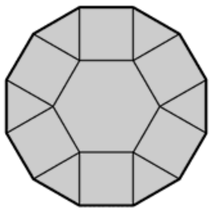
A) 6. **B)** 7. **C)** 8. **D)** 9. **E)** 10.

8) Die beiden abgebildeten Strecken gehen durch Drehung ineinander über. Welche der gezeichneten Punkte können Zentrum dieser Drehung sein?



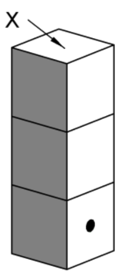
A) nur *X* **B)** *X* und *Z* **C)** *X* und *T* **D)** nur *T* **E)** *X,Y,Z* und *T*

9) Gegeben sind ein regelmäßiges Sechseck mit der Seitenlänge 1, sechs Quadrate und sechs gleichseitige Dreiecke wie abgebildet. Wie groß ist der Umfang dieser Figur?



A) $6\left(1+\sqrt{2}\right)$ **B)** $6\left(1+\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ **C)** 12 **D)** $6+3\sqrt{2}$ **E)** 9

10) Im Bild sehen wir drei aufeinander gestapelte Spielwürfel. Die Würfel haben, wie üblich, die Eigenschaft, dass die Summe der Punkte auf gegenüberliegenden Seiten immer 7 ist. Die Summe der Punktezahlen aufeinandergelegter Flächen ist immer 5. Wie viele Punkte sind auf der Fläche X?



A) 2 **B)** 3 **C)** 4 **D)** 5 **E)** 6

- 4 Punkte Beispiele -

11) In einem bestimmten Monat gab es 5 Montage, 5 Dienstage und 5 Mittwoche. Im Monat davor gab es nur 4 Sonntage. Was gibt es im nächsten Monat?

A) genau 4 Freitage **B)** genau 4 Samstage **C)** 5 Sonntage
D) 5 Mittwoche **E)** Diese Situation ist unmöglich.

12) Drei Rennfahrer nehmen an einem Formel-1-Rennen teil: Michael, Fernando und Sebastian. Vom Start weg führt Michael vor Fernando und dieser liegt vor Sebastian. Im Verlauf des Rennens überholen einander Michael und Fernando 9 Mal, Fernando und Sebastian 10 Mal und Michael und Sebastian 11 Mal. In welcher Reihenfolge beenden die drei das Rennen?

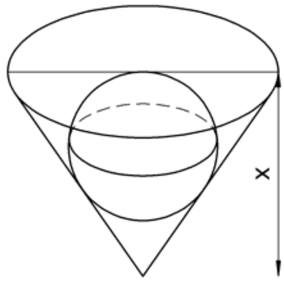
A) Michael, Fernando, Sebastian **B)** Fernando, Sebastian, Michael
C) Sebastian, Michael, Fernando **D)** Sebastian, Fernando, Michael
E) Fernando, Michael, Sebastian

13) Wie groß ist n, wenn $9^n + 9^n + 9^n = 3^{2011}$ gilt?

A) 1005 **B)** 1006 **C)** 2010 **D)** 2011 **E)** ein anderer Wert

14) Ich habe zwei Würfel mit den Kantenlängen *a* dm und *a +1* dm. Der große Würfel ist voll mit Wasser und der kleine ist leer. Ich schütte so viel wie möglich vom großen in den kleinen Würfel, und es verbleiben 217 ℓ im großen Würfel. Wie viel Liter Wasser sind jetzt im kleinen?

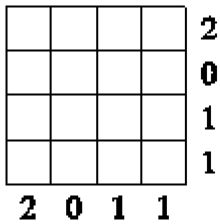
A) 243 ℓ **B)** 512 ℓ **C)** 125 ℓ **D)** 1331 ℓ **E)** 729 ℓ



15) Eine Murmel mit Radius 15 wird in ein kegelförmiges Loch gerollt. Sie passt genau hinein. Von der Seite erscheint der Kegel als gleichseitiges Dreieck. Wie tief ist das Loch?

A) $30\sqrt{2}$ **B)** $25\sqrt{3}$ **C)** 45 **D)** 60 **E)** $60(\sqrt{3}-1)$

16) Die Felder der abgebildeten 4x4-Tabelle sollen je entweder schwarz oder weiß gefärbt werden. Die Zahlen geben an, wie viele Felder in der jeweiligen Zeile/Spalte schwarz sein sollen. Auf wie viele Arten kann die Färbung durchgeführt werden?



A) 0 **B)** 1 **C)** 3 **D)** 5 **E)** 9

17) Was ist die größte Anzahl aufeinanderfolgender dreistelliger Zahlen mit jeweils mindestens einer ungeraden Ziffer?

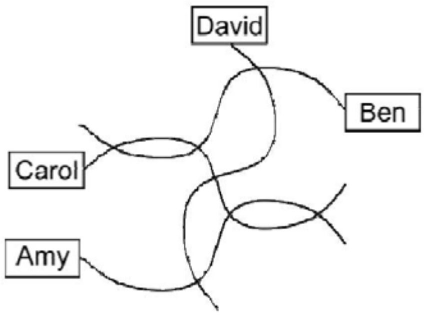
A) 1 **B)** 10 **C)** 110 **D)** 111 **E)** 221

18) Nick möchte ganze Zahlen so in die Felder der abgebildeten 3×3-Tabelle schreiben, dass die Summe der Ziffern in jeder 2×2-Teiltabelle 10 beträgt. Fünf Zahlen sind schon eingetragen. Bestimme die Summe der restlichen vier Zahlen.

1		0
	2	
4		3

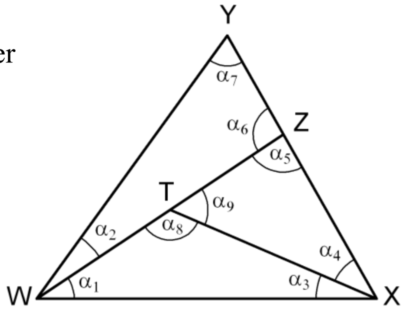
A) 0 **B)** 10 **C)** 11 **D)** 12 **E)** 13

19) Jan kann nicht sehr genau zeichnen, aber er hat trotzdem versucht, eine Straßenkarte seines Dorfes anzufertigen. Die relativen Lagen der Häuser und der Straßenkreuzungen stimmen alle, aber drei Straßen sind in Wirklichkeit gerade, nur die Qurwikgasse ist es nicht. Wer wohnt in der Qurwikgasse?



A) Amy **B)** Ben **C)** Carol **D)** David
E) Das kann aus der Zeichnung nicht entschieden werden.

20) Im Dreieck WXY sind Punkte Z auf XY und T auf WZ wie abgebildet gegeben. Verbindet man T mit X, entsteht eine Figur,in der man neun Innenwinkel definieren kann, wie dies in der Abbildung dargestellt ist. Was ist die kleinste Anzahl verschiedener Winkel, die unter diesen neun Winkeln vorkommen können?



A) 2 **B)** 3 **C)** 4 **D)** 5 **E)** 6

- 5 Punkte Beispiele -

21) Simon hat einen gläsernen Würfel mit der Kantenlänge 1 dm. Er klebt, wie abgebildet, mehrere gleich große schwarze Quadrate so auf den Würfel, dass alle seine Seitenflächen gleich aussehen. Wie viele cm^2 wurden verklebt?

A) 37,5 **B)** 150 **C)** 225 **D)** 300 **E)** 375

22) Die fünfziffrige Zahl $\overline{abcde}$ heißt *interessant*, wenn sie aus lauter verschiedenen Ziffern besteht und $a = b+c+d+e$ gilt. Wie viele interessante Zahlen gibt es?

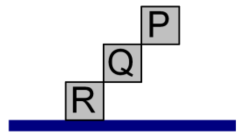
A) 72 **B)** 144 **C)** 168 **D)** 216 **E)** 288

23) Die Zahlen x und y sind beide größer als 1. Welche der folgenden Zahlen ist am größten?

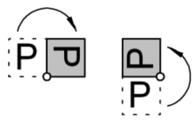
A) $\frac{x}{y+1}$ **B)** $\frac{x}{y-1}$ **C)** $\frac{2x}{2y+1}$ **D)** $\frac{2x}{2y-1}$ E) $\frac{3x}{3y+1}$

24) Von einem regelmäßigen Tetraeder ABCD liegt die Fläche ABC in der Ebene ε. Die Kante BC liegt auf der Geraden s. Ein anderes regelmäßiges Tetraeder BCDE hat mit ABCD eine gemeinsame Fläche. Wo schneidet die Gerade DE die Ebene ε?

A) Im Inneren von ABC, auf derselben Seite von s wie A.
B) Außerhalb von ABC, auf derselben Seite von s wie A.
C) Außerhalb von ABC, nicht auf derselben Seite von s wie A.
D) DE ist parallel zu ε .
E) Die Antwort hängt von der Kantenlänge der Tetraeder ab.



25) Drei große Schachteln P, Q und R stehen in einem Lager. Das obere Bild zeigt die Anordnung von oben. Die Schachteln sind so schwer, dass sie nur, wie in den unteren Bildern angedeutet, um eine lotrechte Kante um 90° gedreht werden können. Die Kisten sollen nun in einer bestimmten Reihenfolge an die Wand gedreht werden. Welche Anordnung ist möglich?



A)

B)

C)

D)

E) Alle vier Anordnungen sind möglich.

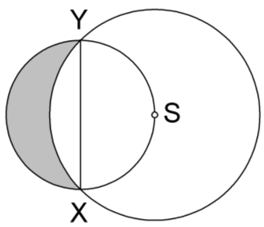
26) Wie viele geordnete Paarepositiver ganzer Zahlen (x, y) lösen die Gleichung $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{3}$?

A) 0 **B)** 1 **C)** 2 **D)** 3 **E)** 4

27) Für eine positive ganze Zahl $n \geq 2$ bezeichne $\langle n \rangle$ die größte Primzahl kleiner oder gleich n. Wie viele positive ganze Zahlen k erfüllen die Bedingung $\langle k+1 \rangle + \langle k+2 \rangle = \langle 2k+3 \rangle$?

A) 0 **B)** 1 **C)** 2 **D)** 3 **E)** mehr als 3

28) Die zwei Kreise im Bild schneiden einander in X und Y. Dabei ist XYder Durchmesser des kleinen Kreises. Der Mittelpunkt S des großen Kreises (mit Radius r) liegt auf dem kleinen Kreis. Wie groß ist die Fläche des grauen Bereichs?



A) $\frac{\pi}{6}\cdot r^2$ **B)** $\frac{\sqrt{3}\cdot\pi}{12}\cdot r^2$ **C)** $\frac{1}{2}\cdot r^2$ **D)** $\frac{\sqrt{3}}{4}\cdot r^2$ **E)** eine andere Zahl

29) Auf wie viele Arten kann man vier Kanten eines Würfels auswählen, sodass keine zwei dieser Kanten einen gemeinsamen Eckpunkt haben?

A) 6 **B)** 8 **C)** 9 **D)** 12 **E)** 18

30) Bestimme alle n ($1 \leq n \leq 8$), für die man einige Felder einer 5×5 Tabelle so markieren kann, dass sich genau n markierte Felder in jeder 3×3 Untertabelle befinden.

A) 1 **B)** 1 und 2 **C)** 1, 2 und 3 **D)** 1, 2, 7 und 8
E) Alle Zahlen von 1 bis 8 sind möglich.