

Känguru der Mathematik 2010

Gruppe Student (ab 11. Schulstufe)

Österreich - 18.3.2010



- 3 Punkte Beispiele -

1) In nebenstehender Zeichnung sehen wir, dass $1+3+5+7 = 4 \cdot 4$ gilt. Wie groß ist $1+3+5+7+\dots+17+19$?

- A) 10·10 B) 11·11 C) 12·12 D) 13·13 E) 14·14

2) Für welche Zahl steht das Fragezeichen, wenn die Summe der Zahlen in beiden Zeilen gleich ist?

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	2010
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	?

- A) 1010 B) 1020 C) 1910 D) 1990 E) 2000

3) Die Hohlräume von zwei leeren Behältern sind würfelförmig und haben Grundflächen von 1 dm^2 bzw. 4 dm^2 . Der große Behälter soll mit Wasser gefüllt werden, wobei der kleine als Schöpfer verwendet wird. Wie viele volle Schöpfer benötigt man, um den großen Würfel zu füllen?

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 16

4) Wie viele vierziffrige Zahlen, die nur ungerade Ziffern haben, sind durch 5 teilbar?

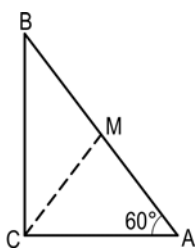
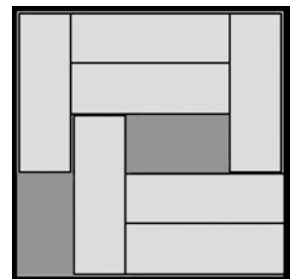
- A) 900 B) 625 C) 250 D) 125 E) 100

5) Der Generaldirektor einer Firma behauptet „Jeder unserer Angestellten ist mindestens 25 Jahre alt.“ Wie sich herausstellt, irrt er sich. Welche der folgenden Aussagen ist richtig?

- A) Alle Angestellten der Firma sind genau 25 Jahre alt.
 B) Alle Angestellten der Firma sind mehr als 26 Jahre alt.
 C) Kein Angestellter der Firma ist schon 25 Jahre alt.
 D) Irgendein Angestellter der Firma ist weniger als 25 Jahre alt.
 E) Irgendein Angestellter der Firma ist genau 26 Jahre alt.

6) In der Schachtel befinden sich sieben Stäbe. Man möchte die Stäbe so in der Schachtel verschieben, dass ein weiterer Stab hineingelegt werden kann. Wie viele Stäbe müssen mindestens verschoben werden?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) Es ist nicht möglich.



7) Das abgebildete Dreieck ist rechtwinklig. M ist der Mittelpunkt der Hypotenuse AB und es gilt $\angle BCA = 90^\circ$. Wie groß ist $\angle BMC$?

- A) 105° B) 108° C) 110° D) 120° E) 125°

8) Welche der folgenden Zahlen könnte die Anzahl der Kanten eines Prismas sein?

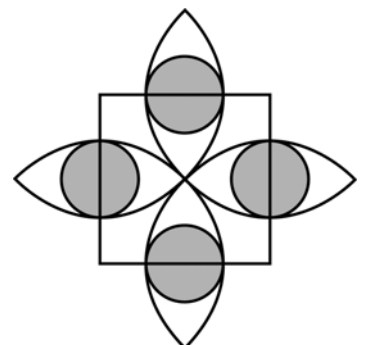
- A) 100 B) 200 C) 2008 D) 2009 E) 2010

9) Wie viele zweiziffrige Zahlen mit Zehnerziffer x und Einerziffer y haben die Eigenschaft $(x-3)^2 + (y-2)^2 = 0$?

- A) 1 B) 2 C) 6 D) 32 E) keine

10) In der Figur hat das Quadrat die Seitenlänge 2. Die Halbkreise gehen durch den Mittelpunkt des Quadrats und haben ihre Mittelpunkte in den Eckpunkten des Quadrats. Die grauen Kreise haben ihre Mittelpunkte auf den Quadratseiten und berühren jeweils die Halbkreise. Wie groß ist die Gesamtfläche des grauen Bereichs?

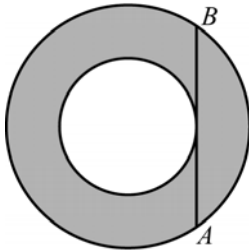
- A) $4 \cdot (3 - 2\sqrt{2}) \cdot \pi$ B) $\sqrt{2} \cdot \pi$ C) $\frac{\sqrt{3}}{4} \cdot \pi$ D) π E) $\frac{1}{4} \cdot \pi$



- 4 Punkte Beispiele -

11) Die Zahlen $\sqrt{7}$, $\sqrt[3]{7}$ und $\sqrt[5]{7}$ sind in dieser Reihenfolge aufeinander folgende Glieder einer geometrischen Folge. Bestimme das nächste Folgenglied.

- A) $\sqrt[7]{7}$ B) $\sqrt[12]{7}$ C) $\sqrt[5]{7}$ D) $\sqrt[10]{7}$ E) 1



12) Die Sehne AB berührt den kleineren der beiden konzentrischen Kreise. Es gilt $AB = 16$. Wie groß ist die Fläche des grauen Bereichs?

- A) 32π B) 63π C) 64π D) $32\pi^2$ E) Es hängt von den Kreisradien ab.

13) Ganzen Zahlen x und y erfüllen die Bedingung $2x = 5y$. Nur eine der folgenden Zahlen kommt als $x+y$ in Frage. Welche?

- A) 2011 B) 2010 C) 2009 D) 2008 E) 2007

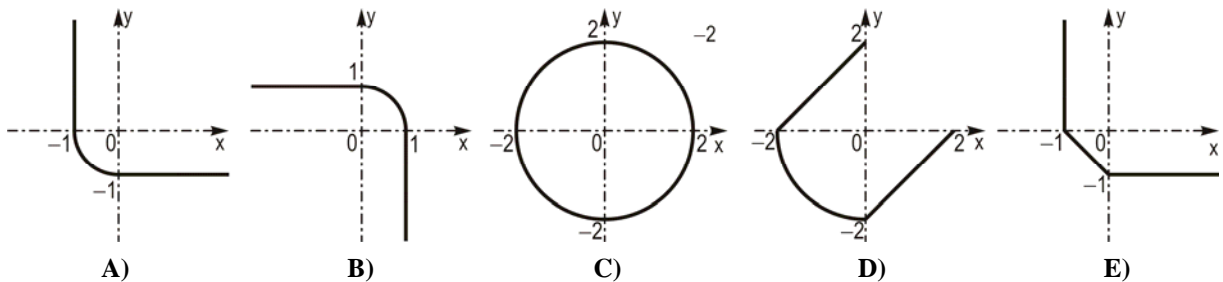
14) Das große gleichseitige Dreieck besteht aus 36 kleinen gleichseitigen Dreiecken, die je die Fläche 1 cm^2 haben. Bestimme die Fläche von ABC.

- A) 11 cm^2 B) 12 cm^2 C) 13 cm^2 D) 14 cm^2 E) 15 cm^2

15) In einem Sack befinden sich blaue, grüne und rote Bälle (zumindest ein Ball jeder Farbe). Wenn wir fünf Bälle blind aus dem Sack nehmen, wissen wir: Mindestens zwei Kugeln sind rot und mindestens drei haben dieselbe Farbe. Wie viele blaue Bälle befinden sich im Sack?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) Das ist nicht eindeutig bestimmbar.

16) Welcher der folgenden Graphen stellt die Lösungsmenge von $(x-|x|)^2 + (y-|y|)^2 = 4$ dar?



17) Verbinden wir drei Eckpunkte eines regelmäßigen 14-Ecks, dann entsteht ein Dreieck. Wie viele solche Dreiecke sind rechtwinklig?

- A) 42 B) 84 C) 88 D) 98 E) 168

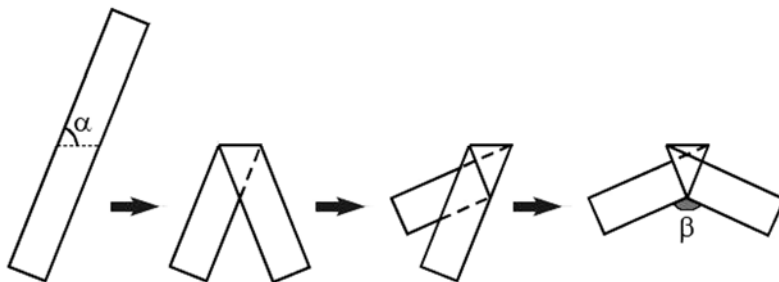
18) Jeder Stern im Ausdruck $1 * 2 * 3 * 4 * 5 * 6 * 7 * 8 * 9 * 10$ wird entweder durch ein „+“ oder ein „-“ ersetzt. Es sei N die größtmögliche Zahl, die auf diese Art erhalten werden kann. Was ist der kleinste Primteiler von N?

- A) 2 B) 3 C) 5 D) 7 E) eine andere Zahl

19) Die Seitenlängen eines Dreiecks in cm sind durch die natürlichen Zahlen 13, x und y gegeben. Bestimme den Umfang des Dreiecks, wenn $xy = 105$ gilt.

- A) 35 B) 39 C) 51 D) 69 E) 119

20) Ein Papierstreifen wird wie abgebildet drei Mal gefaltet. Bestimme β wenn $\alpha = 70^\circ$ gilt.

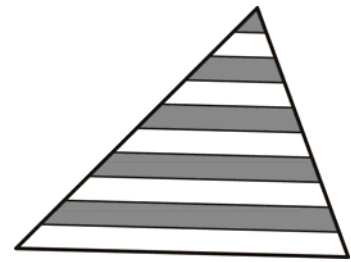


- A) 140° B) 130° C) 120° D) 110° E) 100°

- 5 Punkte Beispiele -

21) Strecken parallel zur Grundlinie teilen die beiden anderen Seiten des abgebildeten Dreiecks jeweils in 10 gleich große Teile. Welcher Prozentsatz des Dreiecks ist grau?

- A) 42,5 % B) 45 % C) 46 % D) 47,5 % E) 50 %



22) 100 Personen nehmen an einem Rennen teil, bei dem es keine ex aequo Platzierungen gibt. Alle werden nach dem Rennen gefragt, welchen Rang sie erreicht hätten, und alle antworten mit einer Zahl zwischen 1 und 100. Die Summe aller Antworten ist 4000. Wie viele haben mindestens über ihr Abschneiden gelogen?

- A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 13

23) Ich würfle drei Mal mit einem gewöhnlichen Spielwürfel. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ich mindestens einmal „2“ gewürfelt habe, unter der Voraussetzung, dass der dritte Wurf gleich der Summe der ersten beiden ist?

- A) $\frac{1}{6}$ B) $\frac{91}{216}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{8}{15}$ E) $\frac{7}{12}$

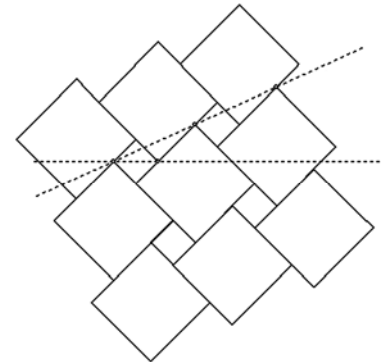
24) Ein Strichcode der abgebildeten Art ist aus abwechselnd aufeinanderfolgenden schwarzen und weißen Streifen zusammengesetzt. Der Code beginnt und endet immer mit einem schwarzen Streifen. Jeder Streifen (schwarz oder weiß) hat entweder die Breite 1 oder 2 und die Gesamtbreite des Strichcodes ist 12. Wie viele verschiedene derartige Strichcodes gibt es, wenn man von links nach rechts liest?

- A) 24 B) 132 C) 66 D) 12 E) 116



25) Die Abbildung rechts zeigt ein Fliesenmuster. Die Seitenlänge der größeren Fliesen ist a und die der kleineren ist b. Die strichlierten Linien (waagrecht und schräg) schließen den Winkel 30° ein. Wie groß ist das Verhältnis a:b?

- A) $(2 \cdot \sqrt{3}):1$ B) $(2 + \sqrt{3}):1$ C) $(3 + \sqrt{2}):1$
 D) $(3 \cdot \sqrt{2}):1$ E) 2:1



26) Die Zahlen von 1 bis 10 werden je zehn Mal auf die Tafel geschrieben. Nun spielen die Kinder folgendes Spiel: Ein Kind löscht zwei Zahlen von der Tafel und schreibt stattdessen die Summe der beiden Zahlen, vermindert um 1. Dann macht ein zweites Kind dasselbe, und sie setzen so fort, bis es nur mehr eine Zahl auf der Tafel gibt. Die letzte Zahl ist

- A) kleiner als 440. B) 451. C) 460. D) 488. E) größer als 500.

27) Der Ausdruck $\frac{(2+3) \cdot (2^2+3^2) \cdot \dots \cdot (2^{1024}+3^{1024}) \cdot (2^{2048}+3^{2048}) + 2^{4096}}{3^{2048}}$ ist gleich

- A) 2^{2048} B) 2^{4096} C) 3^{2048} D) 3^{4096} E) $3^{2048} + 2^{2048}$

28) $\sqrt[100]{0,44\dots4}$ wird als Dezimalzahl angeschrieben. Wie lautet die 100. Ziffer nach dem Komma?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 6

29) Eine Funktion bildet alle positiven reellen Zahlen auf reelle Zahlen ab. Es gilt für alle $x \in \mathbb{R}^+$:

$$2 \cdot f(x) + 3 \cdot f\left(\frac{2010}{x}\right) = 5x. \text{ Bestimme den Wert von } f(6).$$

- A) 993 B) 1 C) 2009 D) 1013 E) 923

30) Auf den beiden Katheten eines rechtwinkligen Dreiecks (mit den Längen a bzw. b) werden Punkte P bzw. Q gewählt. Es seien K und H die Lotfußpunkte von P bzw. Q auf der Hypotenuse des Dreiecks. Wie groß ist der kleinstmögliche Wert von $KP + PQ + QH$?

- A) $a+b$ B) $\frac{2ab}{a+b}$ C) $\frac{2ab}{\sqrt{a^2+b^2}}$ D) $\frac{(a+b)^2}{\sqrt{a^2+b^2}}$ E) $\frac{(a+b)^2}{2ab}$

KÄNGURU DER MATHEMATIK 2010

18.3.2010

Kategorie: Student, Schulstufe: 11-13

Name:	
Schule:	
Klasse:	

Arbeitszeit: 75 min.

- jede richtige Antwort Beispiel 1.-10.: 3 Punkte
- jede richtige Antwort Beispiel 11.-20.: 4 Punkte
- jede richtige Antwort Beispiel 21.-30.: 5 Punkte
- jede Frage ohne Antwort: 0 Punkte
- jede falsche Antwort: Abzug von $\frac{1}{4}$ der erreichbaren Punkte
dazu 30 Basispunkte



**Bitte die Buchstaben (A, B, C, D, E) der richtigen
Antwort unter die Nummer des Beispiels (1 bis 30)
leserlich und eindeutig schreiben!**

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

21	22	23	24	25	26	27	28	29	30

Information über den Känguruwettbewerb: www.kaenguru.at
 Wenn Du mehr in dieser Richtung machen möchtest, gibt es
 die Österreichische Mathematikolympiade; Infos unter:
www.oemo.at