

# KÄNGURU DER MATHEMATIK 2009

## 23.3.2009

Kategorie: Junior, Schulstufe: 9-10

Name:	
Schule:	
Klasse:	

Arbeitszeit: 75 min.

- jede richtige Antwort Beispiel 1.-10.: 3 Punkte
- jede richtige Antwort Beispiel 11.-20.: 4 Punkte
- jede richtige Antwort Beispiel 21.-30.: 5 Punkte
- jede Frage ohne Antwort: 0 Punkte
- jede falsche Antwort: Abzug von  $\frac{1}{4}$  der erreichbaren Punkte dazu 30 Basispunkte



**Bitte die Buchstaben (A, B, C, D, E) der richtigen Antwort unter die Nummer des Beispiels (1 bis 30) leserlich und eindeutig schreiben!**

<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>

<b>11</b>	<b>12</b>	<b>13</b>	<b>14</b>	<b>15</b>	<b>16</b>	<b>17</b>	<b>18</b>	<b>19</b>	<b>20</b>

<b>21</b>	<b>22</b>	<b>23</b>	<b>24</b>	<b>25</b>	<b>26</b>	<b>27</b>	<b>28</b>	<b>29</b>	<b>30</b>



Information über den Känguruwettbewerb: [www.kaenguru.at](http://www.kaenguru.at)  
 Wenn Du mehr in dieser Richtung machen möchtest, gibt es die Österreichische Mathematikolympiade; Infos unter:  
[www.oemo.at](http://www.oemo.at)

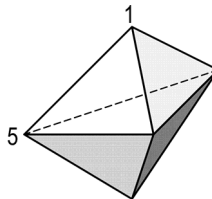


**Känguru der Mathematik 2009**  
**Gruppe Junior (9. und 10. Schulstufe)**  
**Österreich - 23.3.2009**

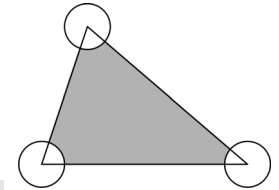


**- 3 Punkte Beispiele -**

- 1) Welche der folgenden Zahlen ist durch 3 teilbar?  
**A) 2009**    **B)  $2 + 0 + 0 + 9$**     **C)  $200 - 9$**     **D)  $2^9$**     **E)  $(2 + 0) \cdot (0 + 9)$**
- 2) Wie viele Punkte müssen in dieser Figur mindestens entfernt werden, sodass keine drei verbleibenden Punkte auf einer Geraden liegen?  
**A) 1**    **B) 2**    **C) 3**    **D) 4**    **E) 7**
- 3) An einem Volkslauf nehmen 2009 Personen teil. Die Anzahl der Personen, die Hans geschlagen hat ist dreimal so groß wie die Zahl der Personen, die vor ihm platziert sind. An wievielter Stelle hat Hans das Rennen beendet?  
**A) 503.**    **B) 501.**    **C) 500.**    **D) 1503.**    **E) 1507.**
- 4) Harry trägt in der Long Street Zeitungen aus. Er muss an jedes Haus mit ungerader Hausnummer eine Zeitung liefern. Das erste Haus hat die Nummer 15 und das letzte die Nummer 53. Wie viele Häuser muss Harry beliefern?  
**A) 19**    **B) 20**    **C) 27**    **D) 38**    **E) 53**
- 5) Das Produkt von vier verschiedenen natürlichen Zahlen ist 100. Wie groß ist die Summe dieser vier Zahlen?  
**A) 10**    **B) 12**    **C) 15**    **D) 18**    **E) 20**
- 6) Wie viel ist  $\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{6}{7} \cdot \frac{7}{8} \cdot \frac{8}{9} \cdot \frac{9}{10} \cdot 1000$ ?  
**A) 250**    **B) 200**    **C) 100**    **D) 50**    **E) Eine andere Zahl.**
- 7) Eine lange Zahl wird dadurch gebildet, dass die Zahl 2009 genau 2009 Mal hintereinander angeschrieben wird. Wie groß ist die Summe aller ungeraden Ziffern in dieser Zahl, die in der Zahl unmittelbar links neben einer geraden Ziffer stehen?  
**A) 2**    **B) 9**    **C) 4018**    **D) 18072**    **E) 18081**
- 8) Die Abbildung zeigt einen von 6 Dreiecken begrenzten Körper. In jedem Eckpunkt steht eine Zahl, wovon zwei eingezeichnet sind. Die Summe der Zahlen in den drei Eckpunkten jeder Seitenfläche ist gleich. Was ist die Summe aller fünf Zahlen?  
**A) 9**    **B) 12**    **C) 17**    **D) 18**    **E) 24**
- 9) Für wie viele positive ganze Zahlen  $a$  haben  $a^2$  und  $a^3$  gleich viele Ziffern?  
**A) 0**    **B) 3**    **C) 4**    **D) 9**    **E) unendlich viele**



10) Der Flächeninhalt des abgebildeten Dreiecks beträgt  $80 \text{ m}^2$ . Die Radien der Kreise, die ihre Mittelpunkte jeweils in den Dreieckseckpunkten haben, sind jeweils  $2 \text{ m}$ . Wie groß ist der Flächeninhalt des grauen Bereichs (in  $\text{m}^2$ )?



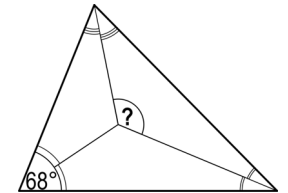
- A) 76**    **B)  $80 - 2\pi$**     **C)  $40 - 4\pi$**     **D)  $80 - \pi$**     **E)  $78\pi$**

**- 4 Punkte Beispiele -**

11) Leonhard hat eine Folge aufgeschrieben, in der jedes Glied ab dem dritten gleich der Summe der beiden vorangehenden ist. Die vierte Zahl der Folge ist 6 und die sechste ist 15. Was ist die siebente Zahl der Folge?

- A) 9**    **B) 16**    **C) 21**    **D) 22**    **E) 24**

12) Im abgebildeten Dreieck misst ein Innenwinkel  $68^\circ$ . Die drei Winkelsymmetralen des Dreiecks sind eingezeichnet. Wie groß ist der mit dem Fragezeichen gekennzeichnete Winkel?

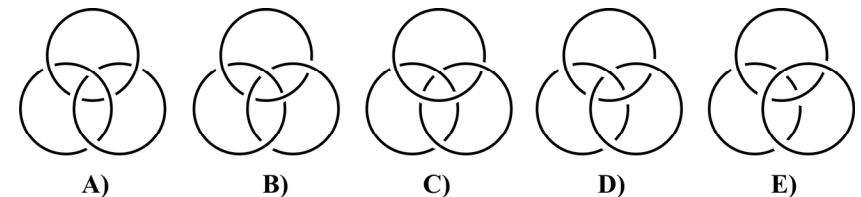


- A)  $120^\circ$**     **B)  $124^\circ$**     **C)  $128^\circ$**     **D)  $132^\circ$**     **E)  $136^\circ$**

13) Bei einem Test kann Maria jeweils 0, 1, 2, 3, 4 oder 5 Punkte erreichen. Nach 4 Tests hat sie ein Durchschnittsergebnis von genau 4. Eine der folgenden Sätze kann nicht stimmen. Um welchen handelt es sich?

- A) Maria hat in jedem Test 4 erreicht.**    **B) Maria hat genau zwei Mal 3 erreicht.**  
**C) Maria hat genau zwei Mal 4 erreicht.**    **D) Maria hat genau ein Mal 1 erreicht.**  
**E) Maria hat genau drei Mal 3 erreicht.**

14) Die Borromäischen Ringe haben eine bemerkenswerte Eigenschaft. Obwohl keine zwei von ihnen ineinander verschlungen sind, sind sie miteinander fest verbunden. Wird ein Ring durchgeschnitten, fallen die anderen beiden auseinander. Welche der folgenden Figuren ist ein Bild der Borromäischen Ringe?



15) Auf der Insel der Edlen und der Lügner stehen 25 Personen in einer Schlange. Die Person an erster Stelle behauptet, dass alle hinter ihm Stehenden Lügner seien. Jeder der Anderen behauptet, dass die Person vor ihm ein Lügner ist. Wie viel Lügner stehen tatsächlich in der Schlange? (Edle sagen immer die Wahrheit und Lügner lügen immer.)

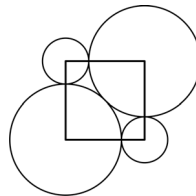
- A) 0**    **B) 12**    **C) 13**    **D) 24**    **E) Es kann nicht festgestellt werden.**

16) Gilt  $a \square b = ab + a + b$  und  $3 \square 5 = 2 \square x$ , so ist  $x$  gleich

- A) 3      B) 6      C) 7      D) 10      E) 12

17) Die Mittelpunkte der vier Kreise in der Figur sind in den Eckpunkten des Quadrats. Die beiden großen Kreise berühren einander und jeweils auch die beiden kleinen Kreise. Mit welchem Faktor muss man den Radius der kleinen Kreise multiplizieren, um den Radius der großen zu erhalten?

- A)  $\frac{2}{9}$       B)  $\sqrt{5}$       C)  $0,8 \cdot \pi$       D) 2,5      E)  $1 + \sqrt{2}$



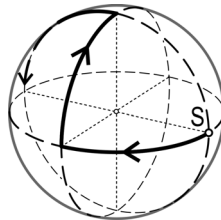
18) Die Differenz von  $\sqrt{n}$  und 10 ist kleiner als 1. Wie viele ganze Zahlen  $n$  gibt es mit dieser Eigenschaft?

- A) 19      B) 20      C) 39      D) 40      E) 41

19) Freitag schreibt einige verschiedene positive ganze Zahlen, die alle kleiner als 11 sind, in einer Reihe in den Sand. Robinson Crusoe betrachtet die Zahlenfolge und stellt vergnügt fest, dass für benachbarte Zahlen immer gilt, dass eine Zahl durch die andere teilbar ist. Wie viele Zahlen hat Freitag höchstens in den Sand geschrieben?

- A) 6      B) 7      C) 8      D) 9      E) 10

20) Auf einer Kugel liegen drei Großkreise, die einander im rechten Winkel schneiden. Vom Punkt  $S$  ausgehend bewegt sich ein Käfer längs der Großkreise, wobei er in der ange-deuteten Richtung beginnt. An Kreuzungen biegt er immer abwechselnd nach rechts und nach links ab. Wie viele Viertelkreise geht er entlang, bis er wieder im Punkt  $S$  ankommt?



- A) 6      B) 9      C) 12      D) 15      E) 18

**- 5 Punkte Beispiele -**

21) Wie viele Ziffern 0 müssen für den Stern \* in der Dezimalzahl  $1,*1$  eingesetzt werden um eine Zahl zu erhalten, die kleiner als  $\frac{2009}{2008}$ , aber größer als

$\frac{2009}{2008}$  ist?

- A) 1      B) 2      C) 3      D) 4      E) 5

22) Wie viele 10-ziffrige Zahlen gibt es, die nur die Ziffern 1, 2 und 3 enthalten (nicht unbedingt alle), und bei denen sich angrenzende Ziffern immer um genau 1 unterscheiden?

- A) 16      B) 32      C) 64      D) 80      E) 100

23) Für  $a = 2^{25}$ ,  $b = 8^8$  und  $c = 3^{11}$  gilt

- A)  $a < b < c$       B)  $b < a < c$       C)  $b < c < a$       D)  $c < a < b$       E)  $c < b < a$

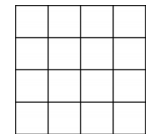
24) Alle Teiler einer Zahl  $N$  (mit Ausnahme von 1 und  $N$  selbst) werden hintereinander angeschrieben. Es stellt sich heraus, dass die größte Zahl in der Reihe genau 45 Mal so groß wie die kleinste Zahl in der Reihe ist. Wie viele Zahlen  $N$  erfüllen diese Bedingung?

- A) 0      B) 1      C) 2      D) mehr als 2      E) Es kann nicht festgestellt werden.

25) Kängerl hat 2009 Einheitswürfel, die er zu einem Quader zusammenstellt. Er hat auch 2009 Quadratische Pickerl mit dem Maßen  $1 \times 1$ , mit denen er die Außenfläche des Quaders zupicken soll. Er schafft dies auch, und es bleiben ihm sogar Pickerl übrig. Wie viele bleiben übrig?

- A) mehr als 1000      B) 763      C) 476      D) 49      E) Das Ziel ist nicht erreichbar.

26) Robert möchte Steine in die Felder eines  $4 \times 4$  Spielbretts so legen, dass die Anzahl von Steinen in den Zeilen und Spalten jeweils verschieden ist. (Es gibt also 8 verschiedene Anzahlen.) Dabei kann er mehrere Steine in ein Feld legen, oder einzelne Felder auch leer lassen. Was ist die kleinste Zahl von Steinen, mit denen er dieses Ziel erreichen kann?



- A) 14      B) 16      C) 20      D) 24      E) 25

27) Einige Orangen, Pfirsiche, Äpfel und Bananen werden in eine Reihe gelegt. Wie viele Früchte müssen mindestens aufgelegt werden, sodass man für jede Fruchtart irgendwo eine Stelle finden kann, sodass sie mit jeder anderen Fruchtart mindestens einmal benachbart liegt?

- A) 4      B) 5      C) 8      D) 11      E) Dies kann nicht erreicht werden.

28) Was ist die kleinste ganze Zahl  $n$ , für die der Ausdruck  $(2^2-1) \cdot (3^2-1) \cdot (4^2-1) \cdot \dots \cdot (n^2-1)$  eine Quadratzahl ist?

- A) 6      B) 8      C) 16      D) 27      E) eine andere Zahl

29) Ein Känguru sitzt im Ursprung eines kartesischen Koordinatensystems. Es kann mit jedem Sprung eine Einheit horizontal oder vertikal hüpfen. Wie viele Punkte gibt es, wo sich das Känguru nach 10 Sprüngen befinden könnte.

- A) 121      B) 100      C) 400      D) 441      E) eine andere Zahl

30) Eine einziffrige Primzahl wird als „seltsam“ bezeichnet. Eine mehrziffrige Primzahl heißt „seltsam“, wenn die Zahlen, die man durch Streichen der ersten bzw. der letzten Ziffer erhält, wiederum beide seltsame Primzahlen sind. Wie viele seltsame Primzahlen gibt es?

- A) 6      B) 7      C) 8      D) 9      E) 11